PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 3. 1. Februar 1921. Redaktionsschluß für No. 5 am 10. Februar 1921. 22. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

M. Jakob, Die Inversionskurve des differentialen Thomson-Joule-Effektes der Gase. S. 65.

E. Lihotzky, Zur Frage der Verschiebung der scheinbaren Fixsternorte in Sonnennähe. S. 69.

H. Schering, Über ein neues Photometer zur Messung schwächster Beleuchtungsstärken, insbesondere Sternphotometrie. S. 71.

A. Pflüger, Eine Methode zur Messung kleiner Winkeländerungen. S. 73.

A. Schack, Die Energiesätze und der kosmogonische Prozeß. S. 73.

G. Kirsch, Bemerkung zur Anwendbarkeit des Quadrantelektrometers. S. 75.

G. Meyer, Die kritische Temperatur des Quecksilbers. S. 76.

M. Toepler, Unterseitige (sekundäre) Figuren und das Wachsen oberseitiger (primärer) elektrischer Gleitfiguren. S. 78.

R. Fürth, Farbe und Brownsche Bewegung ultramikroskopischer Metallpartikel. S. 80.

Zusammenfassende Bearbeitungen:

W. Ostwald, Neue Fortschritte zur Farbenlehre. II. S. 88.

Besprechungen:

L. Holborn, K. Scheel, F. Henning, Wärmetabellen. S. 95.

G. Jäger, Die Fortschritte der kinetischen Gastheorie. S. 96.

G. Berndt, Kompendium der Experimentalphysik. S. 96.

Tagesereignisse. S. 96.

Personalien. S. 96.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Die Inversionskurve des differentialen Thomson-Joule-Effektes der Gase.

Von Max Jakob.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

I. Ziel der Untersuchung.

Für ein beliebiges Gas kann man innerhalb gewisser Temperaturgrenzen zu jeder Temperatur T einen bestimmten Druck p angeben, bei welchem der differentiale Thomson-Joule-Effekt gleich Null ist oder, was dasselbe bedeutet, das Gay-Lussacsche Gesetz

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = \frac{v}{T} \qquad (1)$$

streng erfüllt ist. Die Verbindungslinie der hierdurch definierten Punkte in einem beliebigen Koordinatensystem nennt man die Inversionskurve des differentialen Thomson-Joule-Effektes oder nach dem Vorschlag von Schames[1]) die differentiale Gay-Lussac-Kurve. In einem Koordinatensystem mit T als Abszissen und p als Ordinaten ähnelt diese Kurve nach der bisherigen Anschauung einer Parabel, deren Scheitelpunkt bei ziemlich hohen Drucken liegt und deren Achse parallel oder etwas schief zur p-Achse läuft. Nun hat neuerdings Schreber[2]) einen derartigen Verlauf für ganz unmöglich erklärt. Nach seiner Ansicht soll die Inversionskurve einer Parabel nahe kommen, deren Scheitel auf der T-Achse liegt und deren Achse mit der T-Achse zusammenfällt.

Zwar hat Schames[1])[3]) bereits den allgemeinen Verlauf der Inversionskurve durch einige aus der Literatur entnommene Versuchspunkte festgelegt. Es können aber aus den Veröffentlichungen verschiedener Experimentatoren noch viel mehr Punkte berechnet werden. Der Verfasser hat sich zur Klärung der Frage, ob Schrebers Annahme über den Verlauf der Inversionskurve berechtigt ist, die Aufgabe gestellt, möglichst viele Inversionspunkte für verschiedene Gase aus den veröffentlichten Versuchsberichten zu ermitteln und in reduzierten Zustandsgrößen graphisch darzustellen.

II. Berechnung von Inversionspunkten verschiedener Gase aus den bekannten Beobachtungswerten.

Direkt ist die Inversion des differentialen Thomson-Joule-Effektes meines Wissens noch an keinem Gase beobachtet worden, auch nicht an Wasserstoff, wie vielfach geglaubt wird[1]). Dagegen finden sich in den aus Versuchen gewonnenen Tabellen über Isothermen und Isobaren der Gase viele Stellen, an denen

$$\frac{\left(\frac{pv}{T}\right)_p}{\partial T} = \frac{p}{T^2}\left(T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v\right) = 0 \qquad (2)$$

und somit Gleichung (1) erfüllt ist. Es ist nur etwas mühselig, diese Punkte aus dem Beobachtungsmaterial herauszusuchen. Ich habe früher für Luft aus je zwei möglichst benachbarten Isothermen (nach Amagat) den Inversionspunkt berechnet[2]). In ähnlicher,

1) L. Schames, Ann. d. Phys. (4) **57**, 321, 1918.
2) K. Schreber, diese Zeitschr. **21**. 470, 1920
3) L. Schames, Elster- und Geitel-Festschrift (Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig) S. 287, 1915.

1) K. Olszewski (Ann. d. Phys. **7**, 818, 1902) hat vielmehr den integralen Effekt für etwa 113,5 Atm. bei $-80{,}5^0$ gleich Null gefunden.
2) M. Jakob, Forschungsarb. auf d. Gebiete des Ingenieurwesens, Heft 202, S. 19, 1917.

nur etwas verbesserter Weise sind im folgenden die Inversionspunkte für Äthyläther (nach Mack[1]), für Kohlensäure, Äthylen, Sauerstoff, Luft und Stickstoff (nach Amagat[2]) und für Wasserstoff (nach Witkowski[3]) ermittelt worden, und zwar nach zwei verschiedenen Methoden:

1. Wenn für einen bestimmten Druck bei mehreren Temperaturen beiderseits des Inversionspunktes der Wert von $\frac{pv}{T}$ bekannt ist, so kann man einfach die Isobare aufzeichnen und das Minimum bzw. Maximum[4]) ermitteln.

2. Wenn nicht bei genügend vielen Temperaturen Beobachtungen vorliegen, so führt der durch folgendes Beispiel gekennzeichnete Weg zum Ziel: Nach Amagats Beobachtungen erhält man für Luft von 0 und 15,7° die Zahlenwerte der Tabelle I oder in graphi-

Tabelle I.
Bestimmung eines Inversionspunktes.

p Atm	$10^6 \frac{pv}{T}$ für $T=273{,}1$	$T=288{,}8$	$10^6\left[\left(\frac{pv}{T}\right)_{T=288{,}8} - \left(\frac{pv}{T}\right)_{T=273{,}1}\right]$
300	4019	4065	46
350	4226	4242	16
400	4447	4444	— 3
450	4674	4661	— 13
500	4907	4886	— 21

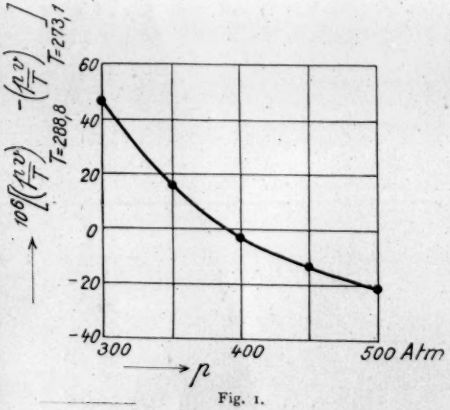


Fig. 1.

1) E. Mack. Comptes rendus, 132, 952 u. 1080, 1901.
2) E. H. Amagat, Ann. de chim. et de phys. (6) 29, 68, 1893.
3) A. W. Witkowski, Anzeiger der Ak. d. Wiss. Krakau (Math.-Naturwiss. Klasse), S. 305, 1905.
4) Siehe hierüber S. 69, 1. Spalte, Fußnote 1.

Tabelle II.
Inversionspunkte verschiedener Gase.

Gas	T	p[kg/cm²]	t	$\mathfrak{M}t$	p
Äthyläther	402	41	0,86	3,28	1,11
	405	83	0,87	3,30	2,26
	435	153	0,93	3,55	4,16
	455	181	0,98	3,71	4,92
	479	223	1,03	3,91	6,06
Kohlensäure	278	221	0,91	3,23	2,95
	283	279	0,93	3,29	3,73
	288	327	0,95	3,34	4,37
	298	366	0,98	3,46	4,89
	303	413	1,00	3,52	5,52
	308	440	1,01	3,58	5,88
	319	487	1,05	3,70	6,51
	329	562	1,08	3,82	7,51
	338	586	1,11	3,92	7,83
	348	615	1,14	4,04	8,22
	358	610	1,18	4,16	8,16
	369	674	1,21	4,28	9,01
	392	702	1,29	4,55	9,39
	403	723	1,33	4,68	9,67
	410	775	1,35	4,76	10,36
	440.	826	1,45	5,11	11,04
Äthylen	278	191	0,98	3,36	3,75
	288	252	1,02	3,48	4,87
	298	273	1,05	3,60	5,28
	308	316	1,09	3,72	6,11
	318	336	1,12	3,84	6,50
	328	351	1,16	3,96	6,79
	338	368	1,19	4,08	7,12
	348	449	1,23	4,21	8,68
	359	463	1,27	4,34	8,95
	369	494	1,30	4,46	9,55
	392	470	1,39	4,74	9,09
	441	533	1,56	5,33	10,31
Sauerstoff	281	568	1,82	6,24	11,05
	331	607	2,15	7,35	11,81
	423	486	2,75	9,39	9,46
Luft	281	404	2,12	7,25	10,49
	331	430	2,50	8,54	11,17
	423	345	3,19	10,92	8,96
Stickstoff	281	391	2,23	7,63	11,34
	331	398	2,63	8,94	11,54
	423	296	3,36	11,50	8,58
Wasserstoff[1])	162	57	4,88	15,96	4,32
	164	62	4,94	16,15	4,70
	166	52	5,00	16,35	3,94
	173	36	5,21	17,04	2,73
	176	36	5,30	17,33	2,73
	177	26	5,33	17,43	1,97
	178	21	5,36	17,53	1,59
	180	10	5,42	17,73	0,76
	183	19	5,51	18,02	1,44
	198	5	5,96	19,50	0,38
Wasserstoff[2])	174	68	5,24	17,14	5,15
	188	33	5,68	18,57	2,50
	201	0	6,05	19,80	0

1) Nach Witkowski a. a. O.
2) Nach Dalton, s. S. 67, 1. Spalte, Fußnote 1.

scher Darstellung die Fig. 1, nach welcher der Inversionspunkt als Schnittpunkt der Kurve mit der Abszissenachse bei 391 Atm. (= 404 kg/cm²) und bei einer Temperatur zwischen $T = 273{,}1$ und $T = 288{,}8$, im Mittel bei $T = 281$ liegt.

Nach einer dieser Methoden (oder beiden) sind die zusammengehörigen Werte T und p der Tabelle II erhalten worden.

Den Schluß der Tabelle II bilden 3 nach Dalton[1]) berechnete Werte für Wasserstoff. Dieser hat den integralen Thomson-Joule-Effekt Δ aus den Werten von Virialkoeffizienten berechnet, welche die Isothermen von Kamerlingh Onnes und Braak befriedigen sollen. Aus seinen Werten Δ und der Bedingung $\left(\frac{\partial \Delta}{\partial p}\right)_T = 0$ für den differentialen Thomson-Joule-Effekt kann man die Werte für $T = 174$ und $T = 188$ ableiten, aus Δ für $p = 2$ und für $p = 6$ den Wert für $p = 0$ genügend genau extrapolieren. Unmittelbar aus den von Kamerlingh Onnes und Braak[2]) veröffentlichten Beobachtungen Inversionspunkte zu gewinnen (wie aus den Versuchswerten von Witkowski), gelang nicht, da die Isothermen von 0 und von — 103,6°, die allein in Betracht kämen, einen zu großen Temperaturabstand haben[3]) und nur oberhalb 28 kg/cm² gemessen sind, während der Inversionspunkt (ihr Schnittpunkt) tiefer zu liegen scheint.

III. Einführung reduzierter Zustandsgrößen zur Darstellung der Inversionskurve.

Die Inversionspunkte für alle Gase lassen sich durch eine einheitliche Inversionskurve verbinden, wenn man nach Schames die Werte der korrespondierenden Größen $\mathfrak{R}$ als Abszissen, die korrespondierenden Drucke $\mathfrak{p}$ als Ordinaten aufträgt. Zur Berechnung von

$$\mathfrak{R} = \frac{RT_k}{p_k v_k},\quad \mathfrak{t} = \frac{T}{T_k} \quad \text{und} \quad \mathfrak{p} = \frac{p}{p_k}$$

dient die Tabelle III der kritischen Daten. (Dabei ist $R = 82{,}07/M$, wenn M das Molekulargewicht bedeutet; p_k ist in kg/cm² ausgedrückt.)

Die Werte der Tabelle III stimmen im wesentlichen überein mit den neuerdings von

1) J. P. Dalton, Commun. Phys. Labor. Leiden Nr. 109a, S. 1, 1909.

2) H. Kamerlingh Onnes u. C. Braak, Commun. Phys. Labor. Leiden Nr. 97a. S. 1, 1906, Nr. 100a, S. 1, 1907, Nr. 100b. S. 11, 1907.

3) Insbesondere in reduziertem Maß. Dieser Abstand beträgt mehr als das Dreifache der kritischen Temperatur, während die gleiche Differenz für Sauerstoff nur $^2/_3$, für Kohlensäure nur $^1/_3$ der kritischen Temperatur ausmachen würde.

Tabelle III.

Kritische Daten einiger Gase.

Gas	Chemische Formel	$\mathfrak{R}$	T_k	p_k
Äthyläther	$C_4H_{10}O$	3,81	467	36,8
Kohlensäure	CO_2	3,53	304	74,8
Äthylen	C_2H_4	3,42	283	51,7
Sauerstoff	O_2	3,42	154	51,4
Luft	—	3,42	132,5	38,5
Stickstoff	N_2	3,42	126	34,5
Wasserstoff	H_2	3,27	33,2	13,2

Mollier[1]) verwendeten; sie beruhen auf den zurzeit als zuverlässigst geltenden Beobachtungen. Hiernach sind nun die Werte t, $\mathfrak{R}$t und p der Tabelle II berechnet und in Fig. 2 einge-

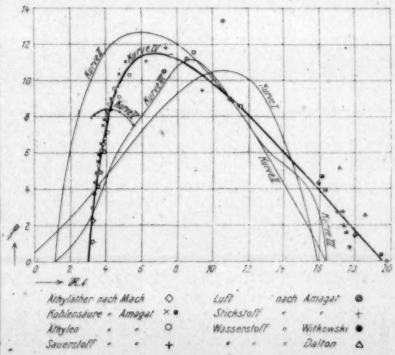


Fig. 2.

tragen. In diesem Diagramm sind ferner die Inversionskurven nach Noells[2]) Extrapolationsformel (Kurve I) für Luft, nach der früher angegebenen[3]), neuerdings als verbesserungsbedürftig erkannten[4]) Formel von Schames (Kurve II) und nach der früher von mir angegebenen Gleichung für Luft[5]) (Kurve III) eingezeichnet.

IV. Erläuterungen zur Darstellung der Inversionskurve.

Die Tabellen II und III und die Fig. 2 bedürfen noch einiger Erläuterungen:

Die meisten Punkte für Äthyläther beziehen sich auf flüssige Substanz, die übrigen Punkte

1) R. Mollier, diese Zeitschr. 17, 457, 1920.

2) F. Noell, Forschungsarb. auf d. Gebiete des Ingenieurwesens, Heft 184, 1, 1916.

3) L. Schames, diese Zeitschr. 18, 30, 1917.

4) L. Schames, Ann. d. Phys. a. a. O.

5) M. Jakob, a. a. O.

des Diagramms aber auf dampf- bzw. gasförmigen Zustand. $\mathfrak{R}$ ist bei den ersten 6 Stoffen der Tabelle III mit einer Unsicherheit behaftet, die für Kohlensäure ± 3 Proz. betragen dürfte. Dies ist bei kleinen Werten $\mathfrak{R}t$ ohne besonderen Belang, da die Streuung der Versuchspunkte beträchtlich ist. Bei Wasserstoff ist die Unsicherheit wesentlich größer und belangreicher. Für dieses Gas hatte Schames[1]) früher $\mathfrak{R} = 2{,}67$ angenommen. Die neuen Werte der kritischen Daten des Wasserstoffes von Kamerlingh Onnes, Crommelin und Cath[2]) führen aber auf $\mathfrak{R} = 3{,}27$. Dieser Wert ist hier zugrunde gelegt. Er ergibt eine auffallend hohe Inversionstemperatur für $p = o$, wie man aus den nach Witkowski in Fig. 2 eingetragenen Punkten für Wasserstoff ersieht[3]). Diese könnten möglicherweise auf den Wert $\mathfrak{R}t = 18$ der van der Waalsschen Gleichung führen. Es ist mir aber nicht gelungen, eine einfache Inversionskurve durch diesen Inversionspunkt und die für die anderen Gase berechneten Punkte zu legen. Eine solche Kurve müßte in wiederholten Wellen verlaufen, wie die Kurve III. Am besten werden die Versuchspunkte verbunden durch die Kurve IV, welcher die folgende einfache empirische Formel zugrunde liegt:

$$\mathfrak{p} = 23{,}37 - 1{,}174\,\mathfrak{R}t - \frac{178{,}6}{\mathfrak{R}^2 t^2} \qquad (3)$$

Für $p = o$ wäre hiernach $\mathfrak{R}t = 19{,}5$, nach Schames aber 16,2; der van der Waalssche Wert liegt also genau in der Mitte davon. Eine Entscheidung über den wirklichen Wert von $\mathfrak{R}t$ für $p = o$ wird erst möglich sein, wenn die kritischen Daten des Wasserstoffes (insbesondere das kritische Volumen) und der Inversionspunkt für Wasserstoff bei $p = o$ endgültig festliegen[4]).

Der linke Ast der Kurve IV ist zwar bis herab zu $p = o$ nach Gleichung (3) eingezeichnet, in Wirklichkeit wird er für $p < 1$ wohl stark nach links abbiegen.

V. Schnittpunkt der Idealkurve und der Inversionskurve.

Schames[1]) hat darauf aufmerksam gemacht, daß die durch die Gleichung

$$\mathfrak{p}\mathfrak{v} = \mathfrak{R}t \qquad (4)$$

definierte „Idealkurve" in ihrem Druckmaximum durch die Inversionskurve geschnitten wird. Das gibt uns ein Kriterium für die Richtigkeit der Kurve IV an die Hand. Aus Amagats[2]) Beobachtungen an Kohlensäure erhält man die in der Tabelle IV zusammengestellten Werte für die Idealkurve. Sie sind in Fig. 2 durch die Kurve V verbunden, und man erkennt ohne weiteres, daß in der Tat die Inversionskurve die Idealkurve in deren Maximum schneidet.

Tabelle IV.

Idealpunkte der Kohlensäure.

T	p [kg/cm²]	t	$\mathfrak{R}t$	$\mathfrak{p}$
273	592	0,90	3,17	7,92
283	601	0,93	3,29	8,04
293	608	0,96	3,40	8,12
303	614	1,00	3,52	8,21
313	618	1,03	3,63	8,26
323	623	1,06	3,75	8,33
333	626	1,10	3,87	8,37
343	628	1,13	3,98	8,38
353	628	1,16	4,10	8,38
363	628	1,19	4,21	8,38
373	626	1,23	4,33	8,37
410	616	1,35	4,76	8,24
471	562	1,55	5,47	7,52

VI. Folgerungen aus der Darstellung der Inversionskurve.

Aus unserer Untersuchung folgt:

1. Da die Inversionspunkte für verschiedene Gase bei Darstellung in reduzierten Koordinaten für korrespondierende Zustände praktisch zusammenfallen, für verschiedene Zustände aber sich durch die Kurve IV zwanglos verbinden lassen, kann man das Korrespondenzgesetz als mit guter Annäherung gültig bezeichnen.

2. Die Inversionskurve hat ein ausgesprochenes Druckmaximum. Die Ansicht Schrebers, daß der Inversionsdruck der Luft mit abnehmender Temperatur immer wei-

1) L. Schames, Elster- u. Geitel-Festschrift a. a. O.
2) H. Kamerlingh Onnes, C. A. Crommelin u. P. G. Cath, Commun. Phys. Labor. Leiden 151c, S. 23, 1917.
3) Die nach Dalton berechneten Werte sind eingezeichnet, aber als weniger sicher nicht berücksichtigt. Nach ihnen wären die Inversionstemperaturen noch höher wie nach Witkowskis Beobachtungen.
4) Es muß noch bemerkt werden, daß der Boyle-Punkt, der nach der van der Waalsschen Gleichung und nach Schames auch bei den wirklichen Gasen durch $\mathfrak{R}t = 9$ bestimmt sein soll, nach den Leidener Beobachtungen (Commun. Nr. 100a und 151c) für Wasserstoff bei $\mathfrak{R}t = 10{,}6$, also bei einem ebenfalls unerwartet hohen Wert liegen würde. Obwohl Kamerlingh Onnes, Crommelin u. Cath ihre Ermittlungen der kritischen Daten des Wasserstoffs „vorläufige" nennen, glaubte der Verfasser doch, sie als die experimentell sorgfältigsten trotz der erwähnten theoretischen Bedenken seinen Berechnungen zugrunde legen zu müssen.

1) L. Schames, Ann. d. Phys. a. a. O.
2) E. H. Amagat, a. a. O.

ter zunehme, ist also unhaltbar[1]), da das Korrespondenzgesetz gilt. Es ist vielmehr der linke von Schreber angezweifelte Ast der Inversionskurve bis herab zum kritischen Drucke jetzt wohl sicherer bestimmt (insbesondere auch durch den Schnittpunkt mit der Idealkurve) als der rechte Ast, von dem die Versuchspunkte stärker abweichen und dessen Endpunkt für $p = 0$ noch zweifelhaft ist.

3. Das Druckmaximum der Inversionskurve liegt bei tieferer Temperatur, als ich in Annäherung an die nach Noell extrapolierte Kurve (Kurve I) und die Inversionspunkte für Luft nach Amagat (s. Tabelle II) früher angenommen hatte. Diese Punkte streuen stark, wie Schreber richtig erkannt hat[2]), ebenso die Punkte für Stickstoff und Sauerstoff. Erst durch die jetzt durchgeführte Darstellung in korrespondierenden Koordinaten, insbesondere durch den Anschluß der Kurve an die Inversionspunkte für Äthylen und Kohlensäure ist es gelungen, das Maximum schärfer zu fixieren als bisher.

4. Durch Einsetzen der kritischen Daten in Gleichung (3) erhält man den Inversionsdruck für Luft nach der Formel

$$p = 899{,}7 - 1{,}167\,T - 1102 \cdot \frac{10^4}{T^2} \qquad (6)$$

1) Schrebers Beweisführung (a. a. O.) leidet unter einer eigentümlichen Verwirrung: Er geht aus von der Gleichung des differentialen Thomson-Joule-Effektes

$$\omega = \frac{A T^2}{c_p \cdot p} \left(\frac{\partial \frac{pv}{T}}{\partial T} \right)_p \qquad (5)$$

und behauptet 1., daß für $\omega = 0$ auf einer Isobare $\frac{pv}{T}$ seinen Größtwert habe. Daraus schließt er 2., daß bei Kurven von der Art der in Fig. 2 dargestellten zum gleichen Wert p zwei Höchstwerte von $\frac{pv}{T}$ gehörten (einer auf dem linken Ast, einer auf dem rechten). Daraus wiederum folgert er 3., daß dazwischen ein Kleinstwert liegen müßte, so daß zu jedem Druck 3 Inversionspunkte gehören würden, was bis jetzt noch nirgends beobachtet worden sei und aller Wahrscheinlichkeit widerspreche. Hiernach ergebe sich 4., daß Kurven der in Fig. 2 dargestellten Art ganz unmöglich seien.

Im Satz 3 erkennt Schreber also, was er in Satz 1 übersehen hat, daß $\frac{pv}{T}$ für $\omega = 0$ auch einen Kleinstwert haben kann. In der Tat sind die zum linken Ast der Kurve IV gehörigen Werte $\frac{pv}{T}$ Minima, die zum rechten Ast gehörigen Maxima, wie aus den Beobachtungswerten unzweideutig hervorgeht und von einem dritten Inversionspunkt für einen bestimmten Druck ist keine Rede. Schrebers Beweisführung ist somit hinfällig.

2) Trotzdem war es völlig in Ordnung, die jeweils benachbartsten Versuchspunkte zur Bestimmung je eines Inversionspunktes zu kombinieren, wie ich dies früher und jetzt wieder getan habe, und nicht alle Versuchspunkte zu je zweien zu kombinieren, wie dies Schreber für angebracht hält.

5. Auf Grund der Gleichung (6) konnte der Verfasser empirische Gleichungen für $(\partial A/\partial p)_T$ und für Δ aufstellen, die wesentlich einfacher sind als die früher veröffentlichten[1]). Eine Verbesserung der damals angegebenen Zustandsgleichung[1]), ist ihm aber auf diesem Wege bisher nicht gelungen. Daher wird auch auf die Wiedergabe der Gleichungen für $(\partial A/\partial p)_T$ und A zunächst verzichtet[2]).

1) M. Jakob, a. a. O.

2) Nach Abschluß der vorliegenden Untersuchung kommt mir der Anfang und die erste Fortsetzung der von K. Schreber (a. a. O.) angekündigten ausführlichen Abhandlung zu Gesicht. (Zeitschr. f. komprim. u. flüss. Gase **21**, 1 u. 17, 1920). Darin gibt Schreber als Gleichungen der Inversionskurve für Luft an:

$$p^2 = 510\,(680 - T), \qquad (7)$$

und

$$\left(\frac{p}{505}\right)^2 + \left(\frac{T}{620}\right)^2 = 1. \qquad (8)$$

Nach diesen Gleichungen würde der Inversionsdruck mit abnehmender Temperatur beständig zunehmen. Sie führen also, wie oben ausführlich dargelegt, bei tiefen Temperaturen zu der Theorie und Erfahrung widersprechenden Ergebnissen.

(Eingegangen 18. November 1920.)

Zur Frage der Verschiebung der scheinbaren Fixsternorte in Sonnennähe.

Von E. Lihotzky.

Hat Einsteins Theorie die Aufmerksamkeit auf eine systematische Verlagerung der scheinbaren Fixsternorte in Sonnennähe hingelenkt, so ist es nur natürlich und im Hinblick auf die Entwicklung der bezüglichen Anschauung durchaus verständlich, daß man eine entsprechende Berechnung auch unter Zugrundelegung der Anschauungen Newtons angestellt hat. Eddington hat bei Ausführung derselben den halben Einsteinschen Wert gefunden und man hat mehrfach bemerkt, daß die Beobachtungsergebnisse noch nicht sicher zwischen beiden Werten zu entscheiden erlauben.

Die Aufgabe selbst findet ihre Lösung in der Beantwortung der Frage: Welche Ablenkung erfährt ein mit Lichtgeschwindigkeit sich bewegender materieller Punkt unter dem Einfluß einer in der Nähe seiner Bahn befindlichen großen gravitierenden Masse?

Kurz rekapitulierend geben wir vorher Einsteins Lösung für die Ablenkung der Lichtstrahlen[1]); er findet die gesamte Biegung — also die sich infolge dieser Wirkung ergebende

1) Ann. d. Phys. **49**, 1916; auch S. A.: Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie. Leipzig, J. A. Barth, 1916, S. 63.

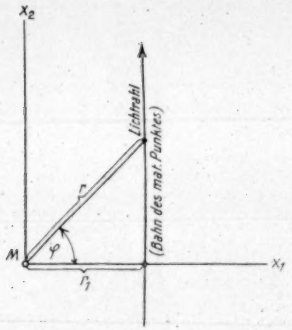


Fig. 1.

Verschiebung der Fixsternorte — in genügender Näherung (Fig. 1).

$$B = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \gamma}{\partial x_1} d x_2$$

mit $\gamma_{(1)} = \sqrt{-\frac{g_{44}}{g_{22}}} = 1 + \frac{\alpha}{2r}\left(1 + \frac{x_2^2}{r^2}\right)$ (1)

und wenn noch $\alpha = \frac{kM}{c^2}$, worin k die Gravitationskonstante und c die Lichtgeschwindigkeit ist, zu

$$B_{(1)} = -\frac{2kM}{c^2 r_1}. \qquad \text{(I)}$$

Vollkommen analog wollen wir die Rechnung unter der Newtonschen Annahme durchführen. Die Bahn des materiellen Punktes tritt hier an Stelle des Lichtstrahles; ihr geringster Abstand (vom Massenmittelpunkt) von M sei wieder mit r_1 bezeichnet, der Abstand irgendeines ihrer Punkte mit $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$; in unendlich großem Abstand ($r = \infty$) sei die Geschwindigkeit des Punktes c, sonst f und für den Scheitel f_1 genannt. Das Potential von M im Außenraum ist mit der Festsetzung, daß es für $r = \infty$ verschwinde, gegeben durch

$$U = \frac{kM}{r},$$

womit

$$f^2 - c^2 = \frac{2kM}{r}$$

und mit

$$f = c + \triangle c$$

$$f = c + \frac{kM}{rc} - \frac{(\triangle c)^2}{2c};$$

mit Vernachlässigung des letzten Gliedes dem obigen Einsteinschen Ansatz entsprechend hier

$$\gamma_{(2)} = \frac{f}{c} = 1 + \frac{kM}{rc^2} \qquad (2)$$

$$\frac{\partial \gamma_{(2)}}{\partial x_1} = -\frac{kM x_1}{c^2 r^3};$$

nach Einführung von $\cos\varphi = \frac{x_1}{r}$

$$B_{(2)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \gamma_{(2)}}{\partial x_1} d x_2 = -\frac{kM}{c^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos\varphi\, d x_2}{r^2};$$

da die ganze Ableitung eine geringe Krümmung der Bahn voraussetzt, ist aber auch

$$d x_2 \cos\varphi = r\, d\varphi$$

und für die Auswertung des Integrals kann die Bahn als Gerade angesehen werden, womit sich ohne weiteres ergibt[1]):

$$B_{(2)} = -\frac{kM}{c^2 r_1} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos\varphi\, d\varphi = -\frac{2kM}{c^2 r_1}[2]) \qquad \text{(II)}$$

Ohne den Einfluß der bei der Berechnung dieses Wertes eingeführten Näherungen im einzelnen genauer zu untersuchen, bemerken wir, daß die unter den Voraussetzungen der klassischen Mechanik für den betrachteten Fall leicht ausführbare strenge Rechnung mit

$$f_1 = \sqrt{c^2 + \frac{2kM}{r_1}}$$

$$\tan\frac{B}{2} = -\frac{kM}{c f_1 r_1} \qquad \text{(IIa)}$$

ergibt, was ersichtlich mit II bis auf durchaus zu vernachlässigende Abweichungen höherer Ordnung übereinstimmt, so lange $\frac{kM}{r}$ hinlänglich klein gegen c bleibt.

Im Gegensatz zu der eingangs erwähnten Rechnung ergibt sich also tatsächlich auf Grund der eingeführten Annahmen der gleiche Wert

1) Bezeichnet man dagegen den Winkel zwischen der Bahnnormalen und dem Radiusvektor mit ψ und führt den strengen Ausdruck für $B = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \gamma}{\partial n} dt$ ein, so ergibt sich schließlich $B = -\frac{kM}{c^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\psi}{r}$.

2) Denselben Wert ergibt natürlich auch die Auswertung des in der vorstehenden Anmerkung gegebenen strengen Ausdruckes, wenn man für die Bildung des Integrals auch hier wieder eine Gerade zugrunde legt.

wie der aus Einsteins Ansatz folgende. Wie dies trotz der Verschiedenheit der Ausdrücke für $\gamma_{(1)}$ (Einstein) und $\gamma_{(2)}$ (Newton) zustande kommt, wollen wir nun noch zeigen.

Bildet man nach Ausführung der oben angegebenen Substitution für α den Ausdruck $\frac{\partial \gamma_{(1)}}{\partial x_1}$, so erhält man durch Differentiation

$$\frac{\partial \gamma_{(1)}}{\partial x_1} = -\frac{kM}{2c^2}\left[\frac{1}{r^2}+\frac{3x_2^2}{r^4}\right]\frac{x_1}{r}$$

und somit für

$$B_{(1)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \gamma_{(1)}}{\partial x_1} dx_2$$

unter den gleichen Annahmen wie im vorbehandelten Fall

$$B_{(1)} = -\frac{kM}{2c^2}\left[\frac{1}{r^2}+\frac{3x_2^2}{r^4}\right] r\, d\varphi$$

$$= -\frac{kM}{2c^2 r_1}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (1+3\sin^2\varphi)\cos\varphi\, d\varphi,$$

was den unter I angeführten Wert für $B_{(1)}$ $(= B_{(2)} = B)$ ergibt. Lediglich die Verteilung der Krümmung entlang der Bahn ist eine andere; ersichtlich ist sie für den Scheitel $(\varphi = 0,\ r = r_1)$ nur halb so groß wie nach der Newtonschen Auffassung, für $r >> r_1$, $\sin\varphi = 1$ dagegen zweimal so groß.

Da Beobachtungen wie jene anläßlich der letzten Sonnenfinsternis nur den ganzen Wert B zu liefern vermögen, können sie somit „zu einer Entscheidung zwischen diesen beiden Auffassungen" nicht benutzt werden und eine Bestätigung bzw. Sicherstellung des berechneten Wertes beweist nur, daß die Theorie auch mit dieser Folgerung in keinen Widerspruch mit der Erfahrung gerät. Anders aber läßt sich die „Richtigkeit", besser gesagt — Berechtigung — einer Anschauung überhaupt nicht erweisen, als durch Aufzeigen ihrer Widerspruchslosigkeit; bringt sie eine Anzahl bisher bestandener Widersprüche zum Verschwinden ohne neue einzuführen, so müssen wir ihr den höheren Wahrheitswert zuerkennen. Ein Mißerfolg in der hier besprochenen Frage könnte das Vertrauen in die Einsteinsche Theorie erschüttern; der Umstand, daß es jeweils auch andere Hypothesen gibt, die just in ein und dem anderen Fall gleiche Resultate zu errechnen gestatten, vermag es jedenfalls nicht; inwieweit er etwa geeignet ist, eine oder die andere in dem angedeuteten Sinn zu stützen, kann in diesem Zusammenhang auf geringem Raum nicht untersucht werden.

Wetzlar a. d. Lahn (Optische Werke E. Leitz), 25. Oktober 1920.

(Eingegangen 3. November 1920.)

Über ein neues Photometer zur Messung schwächster Beleuchtungsstärken, insbesondere Sternphotometrie [1].

(Mitteilung aus dem Laboratorium der Optischen Anstalt C. P. Goerz A.-G., Abt. Scheinwerferbau.)
(Referat zum Vortrag auf der Jahrestagung der Deutschen Gesellschaft für technische Physik in Nauheim, September 1920.)

Von Helmuth Schering.

Das Photometer beruht auf folgendem Prinzip: Entwirft man von einer Lichtquelle ein Bild in die Pupille des Auges, so erscheint die Linse gleichmäßig hell ausgeleuchtet. Die auf diese Weise erzielte Beleuchtungsstärke auf der Netzhaut, also auch der Lichtreiz für Sehwinkel größer als 1^0, ist dann proportional

$$\frac{J}{(e-f)^2} f^2/\varphi^2,$$

worin J die Intensität der Lichtquelle, e ihre Entfernung von der Linse, f die Brennweite der Linse und φ den Abstand der Netzhaut von der Augenlinse bedeutet. Die Konstruktion des Photometers ist nun so ausgeführt, daß sowohl das Bild der zu messenden Lichtquellet als auch der Vergleichslichtquelle, L_1 und L_2 in Bild I, durch die Linsen O_1 und O_2 mi,

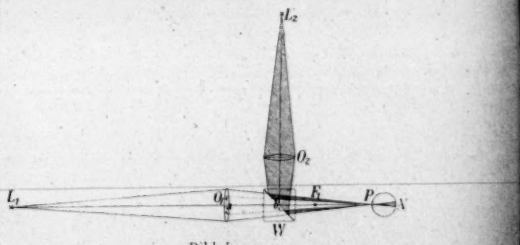


Bild I.

Hilfe eines Lummer-Brodhun-Photometerwürfels an die gleiche Stelle der Augenpupille entworfen wird. Dadurch sieht man das Gesichtsfeld des Photometerwürfels gleichmäßig hell ausgeleuchtet,

[1] Ausführlichen Bericht siehe G. Gehlhoff und H. Schering, Zeitschr. f. techn. Physik I, Heft 11, S. 247.

z. B. das innere Feld des Würfels von der zu messenden Lichtquelle, das äußere Feld von der Vergleichslichtquelle. Man kann nun in der bekannten Weise, indem man die Vergleichslichtquelle meßbar verändert, etwa durch 2 gekreuzte Nikols, die beiden Felder gleich hell machen. Durch diese Anordnung wird erreicht, daß sehr schwache Beleuchtungsstärken noch mittels Vergleichs zweier ausgedehnter Flächen, also auf 1 Proz. genau photometrierbar sind. Dies war bisher nicht möglich, da zur flächenhaften Ausbreitung des Lichtes diffus zerstreuende und viel Licht absorbierende Milchglasscheiben verwandt worden sind. Die Empfindlichkeit des Instrumentes ist proportional dem Quadrate der Brennweite des Objektives, und zwar ist die untere Grenze des Meßbereiches bei 20 cm Brennweite gleich 1×10^{-7} Lux und bei 100 cm Brennweite gleich 4×10^{-9} Lux. Das Photometer wurde benutzt 1. zur Bestimmung der Absorption der Atmosphäre längs des Bodens in verschiedenen Spektralbereichen durch Photometrierung einer 10 H.-K.-Lampe durch verschiedenfarbige Farbfilter hindurch, auf 1,5 km Entfernung. Es ergab sich für Luft von mehr als 60 Proz. Feuchtigkeitsgehalt, im Roten stärkere Absorption als im Blauen, 2. zur Messung sehr schwacher Lichtquellen, z. B. radioaktiver Leuchtfarben, Phosphore und tierische Lichtquellen (Leuchtkäfer), 3. zur Sternphotometrie. Auf diesem Gebiete wurden mit einem Instrument von 1 m Objektivbrennweite auf der Sternwarte in Leipzig im August 1920 Messungen vorgenommen. Das Instrument war parallaktisch gelagert und mit Uhrwerk versehen. Es ergab sich eine Genauigkeit von 0,01 bis 0,02 Größenklassen und als untere Grenze Sterne 8ter Größe.

Da das Instrument bei Verwendung eines Lummer-Brodhun-Würfels notwendig in zwei zu einander senkrecht stehende Arme zerfällt, und demgemäß nicht einfach bei vorhandenen Fernrohren an Stelle des Okulares angebracht werden kann, sondern immer einige bauliche Veränderungen notwendig sein würden, soll speziell zur Sternphotometrie das Instrument so konstruiert werden, daß die ganze Einrichtung in einem Rohr vereinigt ist und es bei jedem Fernrohr an Stelle des Okulars eingeschoben werden kann. (Siehe Bild II.) Zu diesem Zwecke wird der Photometerwürfel ersetzt durch einen afokalen Hohlspiegel oder Linsensystem mit Versilberung 8, der das durch die Linse 7 parallel gerichtete Licht der Vergleichslichtquelle 6 mit Hilfe des Prismas 9 an die Stelle der Augenpupille 11 vereinigt. In der Mitte des Spiegels 8 ist die Versilberung ausgespart. Das vom Fernrohrobjektiv kommende Licht der

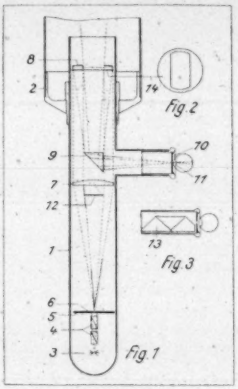


Bild II.

zu messenden Lichtquelle kann durch diese Aussparung unbeeinflußt hindurchdringen und vereinigt sich bei passend eingeschobenem Tubus ebenfalls an der Stelle 11. Zwischen dem Prisma 9 und der Blende 10 kann man, wenn man in verschiedenen Spektralbereichen messen will, ein gradsichtiges Dispersionsprisma 13 anbringen. Man muß dann die Aussparung in der Versilberung quadratisch herstellen und die Linse durch eine senkrecht stehende, rechteckige Blende 14, deren kleinere Seite gleich der Quadratseite ist, abblenden, so daß bei Auseinanderziehen des Lichtpunktes in 11 zu einem wagerechten Spektrum die einzelnen Teile des Bildes sich nicht überdecken. Die Blende 10 muß dann in wagerechter Richtung fein verstellbar sein. Der Apparat stellt in dieser Ausführung einen für jedes Fernrohr passenden Okulartubus dar, mit dem man Sterne bis auf $^1/_{100}$ Größenklasse genau bei flächenhafter Ausbreitung des Lichtes photometrieren kann. Die Empfindlichkeit ist proportional dem Quadrate der Brennweite des Fernrohrobjektives. Die untere Grenze beträgt für weißes Licht bei günstigsten Absorptionsverhältnissen bei 1 m Brennweite Sterne 10ter Größe, bei 2 m Brennweite 12ter Größe, bei 5 m Brennweite 14ter Größe, bei 10 m Brennweite 16ter Größe.

Leutzsch b. Leipzig, 11. September 1920.

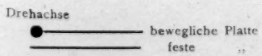
(Eingegangen 13. September 1920.)

Eine Methode zur Messung kleiner Winkeländerungen.

Von A. Pflüger.

Wenn man mit einer Kathodenröhre in Rückkoppelungschaltung in einem Schwingungskreise I ungedämpfte Schwingungen erzeugt, so ist ihre Schwingungszahl bekanntlich außerordentlich konstant. Überlagert man ihnen eine von einer zweiten Röhre erzeugte Schwingung von wenig verschiedener Schwingungszahl, so hört man im Telephon eines angekoppelten Detektorkreises den musikalischen Schwebungston. Sehr geringe Kapazitätsänderungen im Kreise I lassen sich leicht durch die Änderung dieses Schwebungstones nachweisen und mit Hilfe eines dritten, von einer dritten Kathodenröhre gespeisten „Tonfrequenzkreises", der mit dem Schwebungston akustische Schwebungen gibt, mit großer Genauigkeit messen[1]). Umgekehrt kann man bei Verwendung eines Plattenkondensators im Kreise I die Änderung des Plattenabstandes mit einer Genauigkeit von 10^{-8} cm und mehr messen[2]).

Um diese Methode auf Winkelmessungen anzuwenden, braucht man nur die bewegliche Platte des von mir angegebenen Drehkondensators[3]) mit dem Dreharm des betreffenden Instrumentes zu verbinden, und ihr die feste Platte in einem passenden Abstand gegenüber zu stellen (vgl. Figur). Je geringer dieser Ab-



stand, und je länger die von der Drehachse aus gemessene Kante des Kondensators, um so größer die Empfindlichkeit. Für die Berechnung vergleiche man die angezogene Arbeit von Pungs und Preuner[1]). Eine Überschlagsrechnung ergibt, daß ein Kondensator von 1 cm Kantenlänge bei einer Drehung um eine Winkelsekunde und bei anfänglich 1 mm Plattenabstand eine Kapazitätsänderung von $25 \cdot 10^{-6}$; bei 1/10 mm Plattenabstand die zehnfache Änderung erleidet. Wenn die Frequenz der elektromagnetischen Schwingung 10^6, und die Frequenz des Schwebungstones 1000 beträgt, so ändert sich der Schwebungston ungefähr um eine Oktave pro Winkelminute bzw. pro 6 Sekunden. In der Tat lieferte ein Versuch mit einem Präzisionsspektrometer (eine Kondensatorplatte mit dem Tisch, die andere mit dem Fernrohr verbunden) bei ganz roher Einstellung eine Oktave für 7 Sekunden. Man konnte also die Sekunden ungefähr durch die Reihenfolge der ganzen Töne der Tonleiter messen. Wendet man den Tonfrequenzkreis und weitere, auf der Hand liegende Verfeinerungen an, so gelangt man zur Messung von sehr kleinen Bruchteilen einer Sekunde, denen bei dem Spektrometer sehr bald die Reibungs- und Verbiegungsfehler eine Grenze setzen.

Verbindet man die bewegliche Kondensatorplatte etwa mit dem Gehänge eines Galvanometers, so wird man die Meßbarkeit kleiner Ströme erheblich erweitern können, bis ihr die Erschütterungsbewegung des Gehänges ein Ziel setzt. Die Verringerung der Empfindlichkeit des Galvanometers durch die elektrostatischen Kräfte zwischen den Kondensatorplatten kann man bis zu einem gewissen Grade verhindern, wenn man die elektromagnetische Schwingung genügend, nötigenfalls bis zur Nichthörbarkeit des Schwebungstones schwächt, und diesen durch eine Verstärkungsanordnung verstärkt.

Die Abänderungen der Methode je nach den gegebenen Verhältnissen bedürfen keiner Auseinandersetzung. Man kann statt der Kapazität auch die Selbstinduktion des Schwingungskreises (Klapp- oder Drehvariometer) oder auch beide zugleich beeinflussen. Auch lassen sich alle Arten von Drehkondensatorformen verwenden. Doch ist die oben angegebene Form offenbar die empfindlichste.

Bonn, im November 1920.

(Eingegangen 1. Dezember 1920.)

1) Pungs und Preuner, diese Zeitschr. **20**, 543, 1919.
2) Whiddington, Phil. Mag. **40**, 634, 1920.
3) A. Pflüger, diese Zeitschr. **18**, 13, 1917.

Die Energiesätze und der kosmogonische Prozeß.

Von Alfred Schack.

Gemäß dem Energiehaltungssatze und dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik findet eine Zerstreuung der Energie des Weltalls statt, derart, daß die vorhandenen verschiedenartigen Formen der freien Energie sich allmählich in ausgeglichene Wärme umwandeln: Die Entropie des Weltalls strebt einem Maximum zu.

Kann man nun auch begründete Zweifel an der unbedingten Anwendbarkeit des 2. Hauptsatzes auf das gesamte Weltall hegen, weil unendliche Größen in das Problem eingehen und auch entropiefeindliche Faktoren auftreten, so scheint doch seine Anwendbarkeit auf ein einzelnes Sonnensystem festzustehen. Vom Urnebel bis zur erlöschenden

Sonne bildet das Sternendasein ein Schulbeispiel der Herrschaft des 2. Hauptsatzes. Der Erhaltungssatz scheint sogar in allen Fällen seine unbedingte Gültigkeit zu behalten.

Im Makrokosmos der Weltkörper herrschen die Energiesätze ohne Zweifel.

Unter bestimmten, durch die Ergebnisse der Physik und Astrophysik wahrscheinlich gemachten Annahmen aber ergibt sich, daß in dem Mikrokosmos der Atome parallel mit dem kosmogonischen Prozeß, aber energetisch entgegengesetzt ein zweiter Prozeß verläuft. Während einerseits bei der Zusammenziehung die potentielle Energie der Moleküle des Weltkörpers gemäß dem 2. Hauptsatz einem Minimum zustrebt, häuft sich andererseits gleichzeitig neue Energie in den sich entwickelnden Atomen als singulären Stellen höchster potentieller Energie an.

Zu dieser Anschauung wird man vor allem durch die Tatsache geführt, daß in den kosmischen Nebeln nur Stoffe von kleinstem Atomgewicht (Nebulium, Wasserstoff) auftreten. Wenn Arrhenius dies darauf zurückführt, daß die spezifisch schwereren Stoffe deshalb spektral-analytisch nicht nachweisbar sind, weil sie sich dem Massenmittelpunkt näher befinden, so ist dem entgegen zu halten, daß es schließlich auch Nebel geben müßte, bei denen diese Scheidung noch nicht vollendet ist, und zweitens, daß bei den fertigen Sonnen wegen ihrer viel ausgesprocheneren Gravitation erst recht keine schweren Stoffe in der Atmosphäre vorhanden sein dürften, was aber in Wirklichkeit nicht zutrifft.

Weiter scheint aus den Erscheinungen der Radioaktivität zu folgen, daß die Atome allgemein eine um so größere innere Energie besitzen, je schwerer sie sind. Wir müssen demnach weiter annehmen, daß die potentielle Energie der Atome während des kosmogonischen Prozesses steigt, wie oben schon behauptet. Dies aber steht im Gegensatz zum 2. Hauptsatz, der also anscheinend für den atomellen Mikrokosmos seine Gültigkeit verliert, wenigstens dann, wenn die neu entstehende Atomenergie E größer ist, als die Differenz der im ganzen umgesetzten potentiellen Energie U_p, der gleichzeitig ausgestrahlten U_s, und der zur Temperaturerhöhung verwendeten Energie U_w.

Die Gültigkeit des 2. Hauptsatzes ist also an die Bedingung geknüpft

$$U_p - U_s - U_w \geq E.$$

Ist aber diese Ungleichung nicht erfüllt, so fällt nicht nur der 2., sondern gleichzeitig auch der 1. Hauptsatz der Thermodynamik und sogar ganz allgemein der Satz von der Erhaltung der Energie.

Dazu folgende Überschlagsrechnung:

Nach A. Ritter [Annalen der Physik und Chemie 1878 ff.; Band 5, 6, 7, 8] ist die Abnahme der potentiellen Energie eines Weltkörpers von der Größe der Sonne, der sich aus dem Zustande unendlicher Zerstreuung zu einer Kugel vom Sonnenradius zusammenzieht,

$$U_p \sim 1{,}02 \cdot 10^{41}\ \text{cal}.$$

Hiervon werden während der Kontraktion nach A. Ritter 18,7 Proz. ausgestrahlt, so daß also der Energieinhalt der Sonnenkugel

$$U_p - U_s \sim 8{,}3 \cdot 10^{40}\ \text{cal}$$

beträgt.

Macht man nun die willkürliche Annahme, daß die durchschnittliche Temperatur der Sonne 10^6 Grad, ihre spezifische Wärme gleich 0,5 ist, was beides wohl nicht zu hoch gegriffen ist, so folgt für den Energieüberschuß

$$U_p - U_s - U_w = 8{,}3 \cdot 10^{40} - 10^6 \cdot 0{,}5 \cdot 1{,}96 \cdot 10^{33}\ \text{cal},$$

wobei die Masse der Sonne zu $1{,}96 \cdot 10^{33}$ g angenommen ist. Daraus folgt

$$U_p - U_s - U_w = 8{,}2 \cdot 10^{40}.$$

Nach dem 1. Hauptsatz müßte nun mindestens diese Energie ausreichen, die gesamte Entwicklung der Materie zu ermöglichen.

Ein Gramm Radium entwickelt unter Zugrundelegung der Untersuchungen von St. Meyer und Hess (Wien. Ber. **121**, 1912) während seines Zerfalls bis *Ra F* einschließlich

$$3{,}7 \cdot 10^9\ \text{cal},$$

wobei sein Atomgewicht um 19,3 Einheiten = 8,5 Proz. des ursprünglichen Atomgewichts abnimmt. Bestände also die Sonne aus Radium, so hätte zur Entwicklung dieses Stoffes aus *Ra G* = Blei folgende Energie gehört:

$$E_{ra} = 3{,}7 \cdot 10^9 \cdot 1{,}96 \cdot 10^{33} = 7{,}25 \cdot 10^{42}\ \text{cal},$$

dies ist der 87,7fache Betrag von U_p.

Hierzu ist nun zunächst zu bemerken, daß zwar keineswegs auch nur ein nennenswerter Bruchteil der Sonne aus Stoffen besteht, deren Atomgewicht dem des Radiums nahekommt. Dafür aber fällt ins Gewicht, daß das Radium selbst auch keineswegs bis auf Wasserstoff oder Nebulium zerfällt, um die oben erwähnte Energie freiwerden zu lassen.

Nehmen wir nämlich (willkürlich) an, daß die beim radioaktiven Zerfall entwickelte Energie proportional dem Atomgewicht der Zerfallskomponenten sei, und daß das durchschnittliche Atomgewicht der Sonne 24 betrage, so gelten folgende Beziehungen:

Die Energie des Radiums wäre

$$E_{ra}' = c \cdot 207{,}1 \cdot 19{,}3 \text{ cal},$$

wobei c den Proportionalitätsfaktor, 207,1 das Atomgewicht des RaG und 19,3 die Summe der Atomgewichte der sonstigen Zerfallsprodukte darstellen.

Für den Zerfall eines Stoffes vom Atomgewicht 24 gilt dann

$$E_1 = c \cdot 12 \cdot 12,$$

wenn er zunächst zur Hälfte zerfällt. Die beiden entstehenden Komponenten mit dem Atomgewicht 12 enthalten aber je wieder

$$E_2 = c \cdot 6 \cdot 6 \text{ cal},$$

jede der 4 Komponenten der E_2

$$E_3 = c \cdot 3 \cdot 3 \text{ cal}$$

und diese 8 Komponenten der E_3 endlich

$$E_4 = c \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}5 \text{ cal}$$

Freilich kann man sich den Stoff auch nach anderen Verhältnissen zerfallen denken; das gibt dann einen nicht wesentlich verschiedenen Betrag. Der Gesamtenergieinhalt eines Stoffes vom Atomgewicht 24 beträgt demnach

$$E_{24} = E_1 + 2E_2 + 4E_3 + 8E_4 = c \cdot 270 \text{ cal}$$

Dies ist rund der siebente Teil von E_{ra}'.

Unter diesen Annahmen würde also die potentielle Energie des Urnebels trotzdem noch nicht den 12. Teil der Materie zur Entwicklung bringen können, die auf der Sonne entwickelt ist.

Als Unsicherheiten bleiben hier allerdings die beiden recht willkürlichen Annahmen, die jedoch auch nicht ganz unwahrscheinlich sein dürften.

Besonders erscheint das mittlere Atomgewicht der Sonne niedrig gegriffen, wenn man bedenkt, daß die Erde, deren Materie von gleichem Alter ist, wie die der Sonne, angesichts ihres hohen spezifischen Gewichts wohl ein erheblich über 24 liegendes mittleres Atomgewicht aufweist.

Der Fehlbetrag an Energie würde aber noch vergrößert, wenn man in Rechnung stellt, daß in den früheren Stadien der Kontraktion die Masse der Sonne noch nicht so groß war wie heute, da sich ja die Materie noch nicht so weit entwickelt hatte, und demgemäß die umgesetzte potentielle Energie einen kleineren Wert hat.

Auf diese Weise könnte man sich schließlich auch die ganze Energie

$$U_p - U_s$$

zur Temperaturerhöhung der Sonne verbraucht denken, ohne zu phantastisch hohen Temperaturen von der Größenordnung 10^8 zu gelangen, zu denen A. Ritter naturgemäß gelangen mußte.

Vielleicht ist in dieser Entwicklung der Materie auch der Grund für das anfängliche ausgesprochene Fehlen der gravitierenden Kräfte zu suchen, das F. Nölke [Das Problem der Entwicklung unseres Planetensystems, S. 96 ff. Berlin 1908] nach seiner Theorie des kosmogonischen Prozesses fordern zu müssen glaubt.

Wenn also die gemachten Annahmen zutreffen, und es ist zu betonen, daß sie teilweise mehr oder weniger willkürlich sind, so bleibt nichts übrig, als die Entwicklung der Materie selbst außerhalb der Hauptsätze der Energie zu stellen; es entsteht dann die Aufgabe, neue Gesetze aufzustellen, die die alten, in ihrem Bereich zweifellos gültigen Energiesätze als Sonderfälle enthalten. Dazu aber wird notwendig sein, die Anschauung vom Wesen der Energie und damit wohl der Materie wesentlich zu vertiefen, vielleicht zu einem der Energie übergeordneten Begriff zu kommen und so vielleicht den Schleier, der auf der Urentstehung der kosmischen Nebel und ihrer Energie ruht, ein wenig zu lüften, dann aber auch das Problem von der Entropie des Weltalls endgültig zu entscheiden.

Eingegangen 15. November 1920.)

Bemerkung zur Anwendbarkeit des Quadrantelektrometers.

Von Gerhard Kirsch.

In der Literatur zum Quadrantelektrometer findet sich unseres Wissens allgemein als äußerste Grenze der Empfindlichkeit, bis zu welcher man dieses Instrument verwenden kann, zwei- bis viertausend Skalenteile pro Volt angegeben. Der Versuch, durch Vergrößerung des Nadelpotentiales die Empfindlichkeit zu steigern, scheitert meist daran, daß die Nadel nicht ganz genau symmetrisch gebaut ist und labil wird, während bei Verringerung der Direktionskraft sich die Nadel kriechend der Gleichgewichtslage nähert und darum die Angaben des Instrumentes unzuverlässig werden.

Diese Erfahrungen beziehen sich aber nur auf die Anwendung des Quadrantelektrometers zum Messen von Potentialen. Mißt man dagegen Ladungen, z. B. Ionisationsströme, also wachsende Ladungen, so kann man die Empfindlichkeit durch Verringern der Direktionskraft um etwa eine 10-Potenz steigern. Bei einer solchen Messung, bei welcher man also die Bewegungsgeschwindigkeit der Nadel mißt,

ist ja das Meßquadrantenpaar isoliert. Führt man diesem isolierten System eine Ladung zu, so daß sich die Nadel in Bewegung setzt, um sich in die neue Gleichgewichtslage zu begeben, so ist die Kraft, welche an der Nadel bei einer gewissen Entfernung von der Ruhelage angreift, viel größer, als wenn das Meßquadrantensystem von vornherein auf das der neuen Gleichgewichtslage entsprechende Potential gebracht und auf diesem konstant gehalten wird, denn, da sich bei Bewegung der Nadel ja die Kapazität des Meßquadrantensystems ändert, so bewirkt die zugeführte Ladung zunächst vor Erreichung der neuen Gleichgewichtslage eine größere Erhöhung des Potentials in dem Maße, als

$$\frac{\partial W}{\partial q} \text{ bei konstantem } e > \frac{\partial W}{\partial q} \text{ bei konstantem } V$$

ist (W Gesamtenergie des Systems: Nadel + Quadranten, q eine die Lage des Systems angebende Koordinate, e und V Ladung und Potential des Meßquadrantensystems).

Der Unterschied der Kraft, die bei bestimmter Elongation auf die Nadel wirkt, einerseits, wenn das Meßquadrantensystem auf konstantem Potential gehalten wird, andererseits, wenn es isoliert ist, scheint nun tatsächlich recht bedeutend zu sein. Es wurde eine Nadelladung von ca. 100 V (Krügerbatterie von 100 Elementen) bei einer Suspension an 6 cm langem Quarzfaden in Anwendung gebracht. Zur Beurteilung der Direktionskraft sei angegeben: Die Torsionsschwingungsdauer eines gewöhnlichen Aluminiumhäkchens an diesem betrug $1\frac{1}{2}$ sec für jede Halbschwingung. Die schließlich erreichte Empfindlichkeit betrug 34 000 Skalenteile pro Volt. Während sich die Nadel bei Potentialmessungen sehr träge bewegte, reagierte sie bei Strommessung sehr flink. Ein Versuch, das Verhältnis der beiden Kräfte zu bestimmen, wurde so ausgeführt, daß durch momentanes Schließen des Kontaktes das Meßquadrantensystem auf ein bestimmtes Potential gebracht wurde. Die Nadel bewegte sich dann im ersten Moment gerade so schnell, wie bei dauerndem Schluß, kam aber schon bei einem 8mal kleineren Ausschlag ins Gleichgewicht. Die Ladung also, die einem Ausschlag q entsprach, bewirkte bei Nullstellung der Nadel die 8fache Potentialerhöhung gegenüber der dem Ausschlag q entsprechenden. Da sich die Nadel bei Strommessung somit der konstanten Geschwindigkeit nicht kriechend nähert, dürfte in einem Empfindlichkeitsbereich, wo das Quadrantelektrometer als Potentialmeßinstrument nicht mehr verwendbar ist, dasselbe als Strommeßinstrument doch noch verwendbar sein.

Eingehendere Erfahrungen in dem erwähnten Meßbereich wurden nicht gemacht, da die ursprünglich beabsichtigte Arbeit, eine Untersuchung der Eigenaktivität sog. nicht aktiver Elemente, wegen abnorm großer natürlicher Zerstreuung im hiesigen Institut aufgegeben werden mußte. Die NZ betrug 40 bis 50 Ionen pro $cm^3 sec$, und hatte ihre Ursache hauptsächlich, wie durch verschiedene Versuche festgestellt wurde, in entsprechendem Emanationsgehalt der Luft, der etwa 3- bis 4mal so groß war als im Durchschnitt in Mitteleuropa. Ein Grund ist vielleicht, daß beim Bau des Institutes zum Betonmischen Granitgrus als Sand Verwendung fand, in dem die gegen Verwitterung widerstandsfähigen Uranmineralien des Urgebirges sehr angereichert sind; solchen Umständen könnte man künftig bei Errichtung von Gebäuden für physikalische Zwecke Aufmerksamkeit schenken.

Uppsala, Physikalisches Institut der Universität, im September 1920.

(Eingegangen 15. November 1920.)

Die kritische Temperatur des Quecksilbers.

Von G. Meyer.

Eine Bestimmung der kritischen Temperatur des Quecksilbers läßt sich auf Beobachtungen der Oberflächenspannung α zwischen den Temperaturen 20^0 und 367^0 gründen, welche von Hagemann[1]) ausgeführt sind. Diese an schwingenden Strahlen im Vakuum gemachten Beobachtungen (Tab. I), welche die Oberflächen-

Tabelle I.

t	$T_{beob.}$	$T_{ber.}$
20^0	472,6	471,6
74,5	463,8	461,8
99	456,5	456,7
146	444,4	445,7
195	432,2	432,7
252	415,7	415,6
295	401,3	401,2
353	378,6	379,5
367	373,8	373,9

spannung gegen Quecksilberdampf liefern, werden durch den Ausdruck

$$\alpha = 474{,}7 - 0{,}148\,t - 0{,}000344\,t^2 \frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2} \quad (1)$$

1) Hagemann, Über die Oberflächenspannung geschmolzener Metalle, Diss. Freiburg i Br., 1914.

Tabelle II.

1		2	3	4	5	6	7	8	9
t°C	T_{abs}	α dyn/cm²	$\alpha\left(\frac{M}{\varrho}\right)^{2/3}$	$\frac{d}{dt}\left(\alpha\left(\frac{M}{\varrho}\right)^{2/3}\right)$	y	Anzahl Doppelmol. in Proz.	x	K	$RT^2\frac{d\log nat K}{dT}$
20	293	471.6	2838,0	— 0,62	1,133	13,3	0,765	0,338	1431
40	313	468,2	2824,2	— 0,81	1,118	11,8	0,789	0.398	1491
60	333	464.4	2807,5	— 0,75	1,105	10,5	0,811	0,468	1790
80	353	460 5	2790,9	— 0,99	1,091	9,1	0,833	0,557	2121
100	373	456,2	2771,3	— 0,86	1,079	7.9	0.854	0,667	2885
120	393	452,0	2752,4	— 1,04	1,066	6,6	0,875	0.815	2380
140	413	447.2	2730,0	— 1,29	1,056	5.6	0.892	0,977	3838
160	433	442,0	2704,4	— 1,29	1,047	4.7	0,911	1,233	3855
180	453	436,8	2679,4	— 1,25	1,037	3.7	0,928	1.574	7750
200	473	431,2	2652,4	— 1,53	1,029	2.9	0,946	2,168	3315
220	493	425.2	2621,2	— 1,62	1,023	2,3	0,955	2,648	5890
240	513	419,0	2588.8	— 1,58	1.017	1.7	0.966	3,572	7310
260	533	412,7	2556,5	— 1,57	1,012	1,2	0,977	5,382	18490
280	553	406,4	2523,0	— 1,87	1,006	0.6	0,988	10,515	15190
300	573	399.5	2485,3	— 1,80	1,004	0,4	0,994	21,200	—
320	593	392,3	2447,2	— 2,99	1.0009	0,09	0,999	—	—
340	613	384.6	2405,0	— 2,14	1.0014	0,14	0,997	—	—
360	633	376,8	2362,2	—	1,0003	0,00	1,000	—	—

so dargestellt, daß die größte Differenz zwischen Beobachtung und Rechnung 0,4 Proz. beträgt. Mit Hilfe der Gleichung (1) sind von 20° zu 20° fortschreitend die in Tabelle II Kol. 2 wiedergegebenen Oberflächenspannungen berechnet; Kol. 3 enthält die molekularen Oberflächenenergien und Kol. 4 deren Temperaturkoeffizienten. Dieser nimmt von — 0,62 bei $t = 20°$ ab bis — 2,14 für $t = 340°$. In bekannter Weise folgt aus diesen Daten, daß bei $t = 340°$ das Hg aus Molekülen vom Molekulargewicht 200 besteht, während bei niedrigeren Temperaturen eine teilweise Assoziation zu Doppelmolekülen stattgefunden hat. Bezeichnet man den Assoziationsfaktor mit y, so gilt für alle Temperaturen

$$\frac{d}{dt}\left(\alpha\left(\frac{yM}{\varrho}\right)^{2/3}\right) = -2{,}121\,,$$

wo 2,121 der an vielen Flüssigkeiten beobachtete Mittelwert des Temperaturkoeffizienten der molekularen Oberflächenenergie ist und y von der Temperatur abhängt. Aus dieser Gleichung folgt

$$\alpha\left(\frac{yM}{\varrho}\right)^{2/3} = C - 2{,}121\,t. \qquad (2)$$

Für $t = 340°$ ist $y = 1$ und ergibt sich mit Benutzung des Wertes aus Tab. II.

$$C = \alpha\left(\frac{M}{y}\right)^{2/3} + 2{,}121 \times 340 = 2405{,}0 + 720{,}0$$

$$C = 3125\,.$$

Bei der kritischen Temperatur t_k ist $\alpha = 0$ und 2 geht über in

$$C = 2{,}121\,t_k$$

und

$$t_k = \frac{3125}{2{,}121} = 1474°.$$

Aus (2) folgen für jede Temperatur die in Kol. 5 zusammengestellten Werte von y, und wenn man annimmt, daß Hg aus einfachen und Doppel-Molekülen besteht, die in Kol. 5 aufgeführten Werte von

$$y - 1 = \frac{n_1}{n_1 + n_2}\,,$$

wo n_1 und n_2 die Zahl der Doppelmoleküle und der einfachen bedeuten (Kol. 6). Geht man von einem Doppelmolekül aus, so sind die einfachen Moleküle durch Dissoziation entstanden; die Dissoziationsgrade $x = \frac{2 - y}{2}$ sind in Kol. 7 zusammengestellt. Zwischen den einfachen und Doppel-Molekülen besteht ein Gleichgewicht, dessen Konstanten bei den verschiedenen Temperaturen nach der Formel

$$K = \frac{4x^2}{1 - x}\,\frac{\varrho}{400}$$

berechnet sind, wo ϱ die Dichtigkeit des Hg bedeutet. Die Werte von K sind in Kol. 8 zusammengestellt. Aus diesen Zahlen folgen schließlich die in Kol. 9 enthaltenen Dissoziationswärmen mittelst der Beziehung

$$U = RT^2\,\frac{d\log nat\,K}{dT}\,.$$

Aus den Zahlen ist ersichtlich, daß das Hg einen mit wachsender Temperatur abnehmenden Gehalt von Doppelmolekülen besitzt, daß das Fortschreiten der Dissoziation mit einem mit

der Temperatur steigenden Aufwand von Wärme verbunden ist, und daß in der Nähe des Siedepunktes das flüssige *Hg* einatomig ist wie der *Hg*-Dampf. Für die kritische Temperatur folgt aus dem kapillaren Verhalten des *Hg* der Wert $t_k = 1474^0$. Diese Zahl ist in naher Übereinstimmung mit der Angabe von Frl. Julie Bender[1]), welche auf Veranlassung von Prof. Königsberger *Hg* in geschlossenen Quarzröhren erhitzte und fand, daß die kritische Temperatur höher als 1430° sei und in der Nähe von 1500° liege. Erwägungen theoretischer Natur haben für die kritische Temperatur niedrigere und höhere Werte als den vorstehenden ergeben. Happel[3]) findet $t_k = 1097^0$, während nach Davies[4]) u. Thorpe und Rücker[5]) diese Größe gleich 2600° ist und Walden[6]) die kritische Temperatur des *Hg* zu 1087° berechnet.

Aus den Zahlen der Kol. 4, 5, 9 erhellt, daß die auf Veranlassung des Schreibers dieser Zeilen von Herrn Hagemann ausgeführten Messungen noch nicht die wünschenswerte Genauigkeit besitzen. Die Ursache ist in Unvollkommenheiten des Apparates und der Aufstellung zu suchen, welche bei den ersten derartigen Versuchen unvermeidlich waren. Beide konnten dank den von der Freiburger Wissenschaftlichen Gesellschaft zur Verfügung gestellten Mitteln beseitigt werden, so daß eine Wiederholung der Versuche mit wesentlich besseren optischen Hilfsmitteln und einem aus Quarzglas hergestellten Apparat ermöglicht ist.

1) Julie Bender, diese Zeitschr. **16**, 246, 1915; **19**, 410, 1918.
2) Allen W. Menzies, Journ. of Amer. Chem. Soc. **35**, 1065, 1913.
3) Happel, Ann. d. Phys. (4), **13**, 340, 1904.
4) Davies, Phil. Mag. (6), **23**, 657, 1912.
5) Thorpe u. Rücker, Journ. Chem. Soc. **35**, 1065, 1913.
6) Walden, Zeitschr. f. anorg. Chemie **112**, 225, 1920.

Freiburg i. B., Physikalisch-chemisches Institut, 19. November 1920.

(Eingegangen 3. Dezember 1920.)

Unterseitige (sekundäre) Figuren und das Wachsen oberseitiger (primärer) elektrischer Gleitfiguren.

Von Max. Toepler.

Zusammengehörige primäre Gleitspur und ihre sekundäre Figur[1]) erhält man folgendermaßen: Zwei photographische Platten G_1 und G_2 werden mit den Schichtseiten nach außen durch Zwischengießen von Alkohol oder dergleichen dielektrisch aufeinander gedichtet und dann unter Belassung einer schmalen Luftzwischenschicht *L*, vgl. Fig. 1 (*g* Glimmerklötzchen) auf eine ebene Metallplatte *B* gelegt; bei plötzlichem Anlegen hoher Spannung an den Gleitpol *P* und an *B* erhält man dann in bekannter Weise auf der Oberfläche von G_1 um *P* die gewöhnliche Büschelspur mit ihren Leuchtfäden und Ladungskanälen, gleichzeitig aber auch auf der Unterseite von G_2 die sekundäre Figur. Letztere zeigt Kurven, S. Mikola fand, „daß die Linienelemente der sekundären Kurven überall senkrecht auf der Richtung der primären Radialstreifen stehen. Die sekundären Linien sind also Trajektorien der primären", diese Sätze sind noch zu ergänzen und zu erweitern.

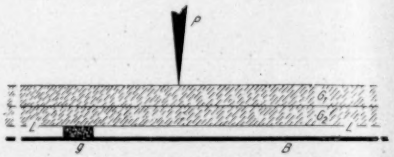


Fig. 1.

Stände dem Pole *P* auf der Unterseite statt der Metallplatte *B* ein einziger Punktpol gegenüber, so würde bei kleinem Abstande des letzteren von G_2 eine einzige zusammenhängende Büschelspur auf G_2 entstehen, bei größerem Abstande einige wenige getrennte Büschel um die Fußpunkte dicker Leuchtfäden vom Gegenpole nach G_2 hin. Bei Versuchsanordnung Fig. 1 mit Platte *B* gilt: Die sekundäre Figur wird aus Reihen von Büschelchen gebildet, die von *B* nach der Unterseite von G_2 (deren Schichtseite) gingen und sich hier jedes etwas ausbreitete. Negative Büschelchen bilden runde oder elliptische Flecke, positive Sternchen und Kometen. Diese Büschelchen können getrennt voneinander bleiben, so meist an allen Rändern sekundärer Figuren und besonders unter positiven oberseitigen Ergüssen. Negative Büschelchen schließen sich leicht zu zusammenhängenden Trajektorien des Systems der Leuchtfäden der oberseitigen Figur zusammen. Positive Büschelchen können sich je nach Ausbildung ihrer Leuchtfäden auf G_2 trajektoriell oder senkrecht dazu zusammenschließen, oder auch nach be-

1) S. Mikola, diese Zeitschr. **18**, 158, 1917 gibt in Fig. 8, 9 u. 10 Photogramme neg. u. pos. sekundärer Figuren.

den Richtungen; die gleiche sekundäre Figur kann alle drei Typen des Zusammenreihens nebeneinander zeigen. In Fig. 2 ist ein Stück

Fig. 2.

Sekundärfigur aus positiven Büschelchen unter einem negativen scharf geruckten oberseitigen Ergusse skizziert, die Büschelchen sind etwas vergrößert dargestellt [1]).

Das Entstehen der Büschelreihen der sekundären Spuren ist nach den von mir entwickelten Vorstellungen über das Wesen der Gleitprozesse [2]) leicht zu erklären. Man denke sich der Einfachheit halber die Dielektrizitätskonstante der Platten G_1 und G_2 gleich eins, wie die des Luftraums L; dann wird das elektrische Feld leicht vorstellbar, es stammt (solange seine Stärke in $L < 30$ Kilovolt : cm) ausschließlich von den Ladungen in P, im Büschel um P auf G_1 und vom Spiegelbilde beider in B. Überschreitet aber die Feldstärke senkrechts B im Spalte L den Wert 30 KV : cm, so entstehen fadenförmige Büschel durch L von B nach der Unterseite von G_2. Jedes dieser Büschel gleicht das Feld an seinem Orte in L aus und sucht es noch weiter hin seitlich auszugleichen, indem es der durch es selbst geänderten Feldrichtung an seinem Fußpunkte auf G_2 folgend von letzterem (also auf der photographischen Schicht von G_2) Leuchtfäden seitlich nach allen Richtungen hin vortreibt. Mit dem Verwachsen des primären Büschels auf der Oberseite von G_1 rückt der geometrische Ort der Feldstärke 30 KV : cm in L vor; unterhalb des Randes der primären Figur entsteht demnach überall in L ein Kranz von Büschelchen. Schiebt nun die primäre Figur das Feld unter ihrem Rande schneller vor, als die seitlichen Fortsetzungen des schon gebildeten Kranzes von Büschelchen längs der Unterseite von G_2 feldausgleichend in L folgen können, so bildet sich unter dem voreilenden Rande der primären Figur ein neuer Kranz von Büschelchen in L senkrecht zum Spalte L und es wiederholt sich dasselbe Spiel; immer neue Kränze von Büschelchen entstehen und so bildet sich die Schar von trajektoriellen Kurven der sekundären Figur. Also gilt: Die Tangente an irgendeine Kurve trajektorieller Aneinanderreihung steht senkrecht zur durchschnittlichen Wachstumsrichtung der oberseitigen Figur in dem Augenblicke, in dem deren Fadenköpfe sich oberhalb des Berührungspunktes der Tangente befanden. Kleiner Abstand der Kurven voneinander (im Spalte konstanter Dicke) folgt aus schnellem Vorrücken des oberen primären Büschels, großer Abstand aus langsamerem.

Die unter dem voreilenden Rande der Primärfigur gebildeten Büschelchen besitzen wie alle aus Büschelfäden zusammengesetzten Gebilde nur sehr kleine Hysterese erhöhter Leitfähigkeit [1]). Mit zunehmender Ausdehnung der primären Figur steigt die Ladung an jeder Stelle dieser weiter an, also steigt auch das Feld in L nach raschem Erlöschen der Büschelkränze erneut an. Dies kann zu erneuter Büschelbildung in L nach G_2 hin führen; eine zweite Serie von Büschelchen entsteht. Sie wird sich, wie leicht einzusehen, besonders leicht nachträglich in den Zwischenräumen der ersten Kranzserie bilden. Die schönen Aufnahmen von S. Mikola, Fig. 9 und 10, zeigen sehr deutlich solche zweite Büschelserien als getrennte Punktreihen oder auch wieder zu zwischen den ersteren liegenden Parallelkurven vereint. Solche Stellen der sekundären Figur bestehen dann aus abwechselnd stärkeren und schwächeren (nachträgliche Zwischenserie) Kurven. Zur Beurteilung der Wachstumsverhältnisse der primären Figur ist natürlich nur

1) In den Originalen stört etwas die diffuse Lichtwirkung der prim. und sek. Figuren aufeinander.

2) Vgl. z. B. diese Zeitschr. **21**, 706, 1920.

1) Vgl M Toepler, l. c. Abschn. III.

die erste Serie von Büscheln der sekundären Figur heranzuziehen.

Einige Messungen mit gut geruckten ausgedehnten negativen Gleitprozessen um P herum (mit Polbüschel und bis zu sechs hintereinander gereihten gleichen Ruckstufen aus fächerförmigen Teilbüscheln) mit gleichzeitig aufgenommener Sekundärfigur ließen erkennen, daß hier jeweils die Durchschnittsgeschwindigkeit des Vorwachsens aller Teilbüschel konstant blieb, daß aber jeder einzelne Teilerguß anfangs rascher erfolgte als an seinem Ende. Ein bestimmt quantitativer einfacher Zusammenhang zwischen Wachstumsgeschwindigkeit der primären Figur und Kurvenabstand in der sekundären besteht aber nicht; zur Bestätigung des auf andere Weise gefundenen (noch nicht veröffentlichten[1]) Gesetzes: „Die Wachstumsgeschwindigkeit von Gleitfiguren ($df:dt$ in cm:sec) ist proportional und numerisch angenähert gleich der Geschwindigkeit des Spannungsanstieges ($dP:dt$ in Kilovolt:sec) am Gleitpole" konnte die sekundäre Figur also nicht dienen.

1) Im Drucke, Archiv für Elektrotechnik, 1921.

Dresden, den 30. Oktober 1920.

(Eingegangen 8. November 1920.)

Farbe und Brownsche Bewegung ultramikroskopischer Metallpartikel.

Von Reinhold Fürth.

(Aus dem physikalischen Institut der deutschen Universität in Prag.)

F. Ehrenhaft[1]) und eine Anzahl seiner Schüler (D. Konstantinowsky, G. Laski[2]), I. Parankiewicz[3]) haben es mit Erfolg versucht, die Miesche Theorie der Farben des von einzelnen ultramikroskopischen Teilchen abgebeugten Lichtes zur Größenbestimmung solcher Teilchen heranzuziehen, indem sie für Teilchen aus verschiedenen Materialien (Au, Ag, Hg, S, Se) nach der von Mie angegebenen Methode die spektralen Ausstrahlungskurven berechneten unter der Annahme, daß die Energie des einfallenden Lichtes von der Wellenlänge unabhängig sei und die Farbe des Partikels mit dem Maximum der Ausstrahlungskurve identifizierten. Da die Farbe sich ziemlich rasch mit der Wellenlänge verändert, waren sie so imstande, aus der im Ultramikroskop beobachteten Farbe den Radius der Partikel abzuschätzen und mit anderweitigen Größenbestimmungen (Fallgeschwindigkeit und Stokes-Cunninghamsches Gesetz, Brownsche Bewegung, Lichtdruck) zu vergleichen.

Wesentlich einwandfreier wurde die Methode, als G. Laski[1]) den Versuch machte, einerseits die Ausstrahlungskurven unter Zugrundelegung der spektralen Energieverteilung des zur Beleuchtung verwendeten Bogenlichtes umzurechnen, andrerseits die Farbe nicht nach dem Maximum der Kurve zu schätzen, sondern unter Verwendung der Young-Helmholtzschen Farbentheorie bzw. der von König und Dieterici beobachteten und von Exner verbesserten Grundempfindungskurven den Gehalt an den drei Grundempfindungen in dem von den Partikeln ausgestrahlten Licht zu bestimmen und die resultierende Farbe nach Farbton und Sättigung mit Hilfe des Maxwellschen Farbendreiecks festzulegen. Wie kürzlich E. Norst[2]) gezeigt hat, sind dieser Berechnung allerdings einige Versehen unterlaufen, die die berechneten Partikelgrößen systematisch verfälschten, was jedoch der Methode an und für sich keinerlei Abbruch tut.

Da jedoch bis jetzt infolge unserer mangelhaften Kenntnis der Dynamik kleiner Teilchen in einem Gase alle hierauf gegründeten Größenbestimmungen zweifelhaft sind, können selbst bei bester Übereinstimmung der oben beschriebenen Versuche die Resultate der Ehrenhaftschen Schule kaum als eine Verifikation der Mieschen Theorie angesehen werden. Ich habe daher getrachtet, von anderer Seite her diese für die Physik der Kolloide so wichtige Frage zu lösen, und zwar auf zwei ganz verschiedenen Wegen.

Der eine wurde in einer früheren Veröffentlichung des Verfassers[3]) beschritten durch die Konstruktion eines als „Spektralphotometer für Ultramikroskopie" bezeichneten Apparates, mit dem es, in allerdings zunächst ziemlich roher Weise, gelang, das von einem ultramikroskopischen Einzelteilchen abgebeugte Licht spektral zu photometrieren, und zwar sowohl für Teilchen, die in einem Gase, als auch solche, die in einer Flüssigkeit eingebettet sind. Das Ergebnis der Untersuchung an Gold- und Silberteilchen in Luft und Wasser war die Aufnahme der Strahlungskurven solcher Teilchen verschiedener Größe, die im großen und ganzen den von der Mieschen Theorie vorhergesagten Verlauf

1) F. Ehrenhaft, diese Zeitschr. **15**, 952, 1914; **16**, 227, 1915.
2) G. Laski, Ann. d. Phys. **53**, 1, 1917; Wiener Ber. **126** (2a), 601, 1917.
3) I. Parankiewicz, diese Zeitschr. **18**, 567, 1917; Ann. d. Phys. **57**, 489, 1918.

1) G. Laski, diese Zeitschr. **19**, 369, 1918.
2) F. Norst, Wien. Ber. **129** (2a), 1920.
3) R. Fürth, Wiener Ber. **127** (2a), 119, 1918.

aufwiesen, sowie auch die Feststellung des charakteristischen Farbenwechsels beim Übergange von Luft zu Wasser als umgebendem Medium an einem und demselben Partikel in der von der Theorie vorausgesagten Größe[1]).

Diese, wie ich glaube, noch einer wesentlichen Verfeinerung fähige Methode liefert nun zwar die Gestalt der Ausstrahlungskurve, läßt aber, da die Teilchen zur Vornahme der Photometrie festsitzen müssen, zunächst nicht die Möglichkeit, auch ihre Größe bzw. den Radius dynamisch festzustellen und damit den Vergleich zwischen Experiment und Theorie erst vollständig zu machen.

Der zweite Weg, der in der vorliegenden Arbeit beschritten wird, ist dem Ehrenhaft-Laskischen sehr ähnlich, jedoch insofern, wie ich glaube, übersichtlicher, als die Beobachtung nicht an gasförmigen, sondern an flüssigen Suspensionen, Hydrosolen von *Au* und *Ag* in Wasser angestellt wurden, was den Vorteil mit sich bringt, das in Flüssigkeiten und Teilchen der verwendeten Größenordnung völlig einwandfrei gültige Stokessche Widerstandsgesetz benützen zu können.

Um einen exakten Vergleich der optischen und dynamischen Größenbestimmungen durchführen zu können, ist es notwendig, Beobachtungen an Einzelteilchen anzustellen, wie ja heute allgemein anerkannt wird, weil es sehr schwierig, wenn nicht gar unmöglich ist, kolloide Metalle mit sehr nahe konstanter Partikelgröße herzustellen. Da es nun aber kaum möglich sein dürfte, das Herabfallen eines Teilchens der Größenordnung 10^{-5} bis 10^{-6} cm Durchmesser infolge seiner eigenen Schwere im Wasser zu beobachten, da diese äußerst langsame Bewegung durch die Brownsche vollständig überdeckt wird, wurde der Ausweg getroffen, an einem und demselben ultramikroskopischen Partikel gleichzeitig die Farbe und die Größe der Brownschen Bewegung für verschiedene Teilchengröße und verschiedenes Teilchenmaterial zu messen und aus der letzteren vermittels der Einsteinschen Theorie, die man wohl als gesichert ansehen kann, die Beweglichkeit und damit die Teilchengröße zu bestimmen.

2.

Um die exakten Bedingungen der Mieschen Berechnungen herzustellen (Beobachtung senkrecht zum einfallenden Lichtstrahl) wurde als Ultramikroskop das Siedentopf-Zsigmondysche Spaltultramikroskop in der Anordnung von Zeiß benützt. In den Strahlengang wurde zur Vermeidung der Erwärmung des Präparates eine 20 cm lange Wasserkühlung eingeschaltet. Der Spalt wurde weit geöffnet, was zwar eine Verminderung der Kontrastwirkung und daher schwache Sichtbarkeit der Teilchen hervorrief, andrerseits aber gestattete, ein Teilchen längere Zeit zu verfolgen, ohne daß es aus dem beleuchteten Raum heraustritt.

Zur Auflösung wurde anfangs die Wasserimmersion D^* in Verbindung mit dem orthoskopischen Okular $f = 15$ cm von Zeiß verwendet, in das zum Zwecke der Messung der Brownschen Bewegung ein Okularraster mit quadratischer Netzteilung von 20 · 20 Feldern eingesetzt war. Die Vergrößerung dieses optischen Systems betrug 650fach lin. die Num. Ap. 0,75, einem Teilstrich des Mikrometers entsprach die objektive Länge $1{,}36 \cdot 10^{-3}$ cm.

Da jedoch, wie bereits Siedentopf[1]) hervorgehoben hat und der Verfasser[2]) bestätigen konnte, zur einwandfreien Erkennung der Farben die Benützung von Apochromaten mit hoher Apertur nötig ist, wurde später zu dem apochromatischen Trockensystem 4 mm Äquiv. Brennweite N. A. O. 95, in Verbindung mit dem Komp. Okular 18 von Zeiß übergegangen, welches optische System etwa 1125fach vergrößert. Das verwendete Okularrastrum hatte 50 · 50 Teile von 0,1 mm Länge, denen die objektive Größe $3{,}72 \cdot 10^{-4}$ cm entsprach.

Die Verwendung des letztgenannten Objektivs bot überdies noch den Vorteil, vermittels der Korrektionsfassung immer genau sphärisch korrigieren zu können (eine ebenfalls zur Erlangung brauchbarer Bilder unbedingt nötige Forderung). Trotz Verwendung sehr dünner Deckgläser gelang es jedoch anfangs nicht, richtig zu korrigieren, das Siedentopfsche Kriterium (l. c.) deutete immer auf zu große Deckglasdicke, was dem Umstande zuzuschreiben war, daß sich dem Objekt immer noch eine Wasserschicht endlicher Dicke vorlagerte. Dies verschlechterte die empfindliche Korrektion des Objektivs so stark, daß selbst das von Siedentopf (l. c. S. 19) vorgeschlagene Mittel, nämlich Verkürzung des Tubus, wegen zu großer Länge des äußeren Tubusrohres versagte. Durch Konstruktion eines kürzeren Rohres gelang es schließlich, das Okular genügend tief zu verlegen, um die Korrektion vollständig zu machen.

Eine weitere Schwierigkeit bestand darin,

1) Was die Gestalt der Teilchen betrifft, konnte ich a. a. O. zeigen, daß sich durch Polarisationsbeobachtungen Abweichungen von der Kugelgestalt leicht feststellen lassen.

1) H. Siedentopf, Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 6, 1910.

2) R. Fürth, Wiener Ber. **127** (2a), 128, 1918.

für das Kolloid eine geeignete Kuvette ausfindig zu machen, welche es gestattete, die bei dem kleinen freien Objektabstand des Objektivs nötige Führung des Beleuchtungskegels in unmittelbarer Nähe des Objektivs vorzunehmen. Eine solche wurde schließlich in der Zeißschen Kuvette für Ultramikroskopie gefunden, die aus einem auf einen Objektträger gekitteten Halbring aus Quarz besteht, der durch ein Planfenster seitlich abgeschlossen ist und die mit einem halbkreisförmig geschnittenen sehr dünnen Deckglas mit einer Spur Fett als Bindemittel von oben so abgeschlossen war, daß den gestellten Anforderungen genügt werden konnte. Diese Kuvette war mit geeigneten Klammern an einem kleinen, genau horizontal justierten Hartgummitischchen befestigt, dessen Fuß in die Kondensorfassung des Mikroskopes paßte, von dem Objekttisch und Kondensor vorher entfernt worden waren. Auf diese Weise konnte das Tischchen durch die mikrometrische Höhenverstellung des Kondensors gehoben und gesenkt und dadurch der Lichtkegel im Präparat in geeigneter Entfernung von der Deckplatte eingestellt werden.

3.

Die Metallkolloide wurden durch Zerstäubung im elektrischen Gleichstromlichtbogen, zwischen Gold- bzw. Silberelektroden unter Wasser nach der Bredigschen Methode hergestellt, ohne Zusatz von Alkali, um völlig definierte Substanz zu haben. Das so hergestellte *Ag*-Sol hatte im durchfallenden Lichte eine gelbbraune, das *Au*-Sol eine blauviolette Farbe und enthielt Teilchen aller möglichen Größen, die sich im Ultramikroskop durch ihre verschiedene Farbe, Intensität und Lebhaftigkeit der Brownschen Bewegung zu erkennen gaben. Zur Beobachtung wurden die Sole stark mit Wasser verdünnt, um nur wenige Teilchen im Gesichtsfeld zu haben.

Zur objektiven Festlegung der Farben der Partikel wurde neben dem Mikroskop ein König-Martenssches Spektralphotometer aufgestellt, dessen Okularnikol durch eine Lupe ersetzt worden war, so daß im Gesichtsfelde ein monochromatischer Streifen zu sehen war, dessen Farbe der des beobachteten Teilchens möglichst gleich gemacht wurde. Die zu dieser Farbe gehörige Wellenlänge ließ sich dann an der Skala des Instrumentes direkt ablesen. Der Spalt des Photometers empfing hierbei das Licht durch Vermittlung eines Spiegels von der Bogenlampe des Ultramikroskops. Diese Art der Festlegung des Farbtones dürfte eine größere Genauigkeit bieten als die von der Ehrenhaftschule angewendete Vergleichung mit einer Farbentafel.

Die Messung der Brownschen Bewegung erfolgte nach der vom Verfasser angegebenen[1]) und bereits wiederholt beschriebenen[2]) Methode der Messung „doppelseitiger Erstpassagezeiten", indem eine Anzahl von Passagen durch eine der Scharen von Parallellinien des Rasters abgezählt und die dazu benötigte Zeit T mit der Stoppuhr gemessen wurde. Dann ist die sogenannte „mittlere doppelseitige Erstpassagezeit"

$\vartheta = \frac{T}{n}$, und aus ihr berechnet sich der Diffusionskoeffizient D nach der Formel

$$D = \frac{b^2}{\vartheta} \qquad (1)$$

wo b die Gitterkonstante des Rasters bedeutet.

Aus D läßt sich dann die Beweglichkeit B nach der Einsteinschen Formel entnehmen

$$D = \frac{R}{N} T \cdot B \qquad (2)$$

(R: absolute Gaskonstante, N: Loschmidtsche Zahl, T: absolute Temperatur)

und aus B folgt der Partikelradius nach dem Stokesschen Gesetz

$$B = \frac{1}{6\pi\zeta a} \qquad (3)$$

(ζ: Koeffizient der inneren Reibung des Wassers).

Eine schwer zu vermeidende Störung bestand in der leichten Entstehung von Konvektionsströmungen in der Kuvette, obzwar deren Volum so klein als möglich gemacht worden war. Offenbar entstehen sie durch äußerst kleine Temperaturunterschiede, die nach Tunlichkeit dadurch vermieden wurden, daß nach Einfüllung der Kuvette immer erst eine Zeitlang gewartet und auch dann immer nur gemessen wurde, wenn keine Konvektionsströmung zu bemerken war. Das Auftreten einer solchen verrät sich nämlich sofort durch ein entschiedenes Wandern der Teilchen nach einer Richtung, das jede Messung nach unserem Verfahren illusorisch macht. Es ist nicht ganz ausgeschlossen, daß sich manchen Messungen dennoch eine schwache Konvektion überlagert haben sollte, jedoch ist gegenüber einer solchen die Formel (1) sehr wenig empfindlich, was einen weiteren Vorteil bei ihrer Anwendung bedeutet. Erwähnung möge schließlich noch finden, daß in der Regel die Brownsche Bewegung senkrecht zum einfallenden Lichtstrahl beobachtet wurde, da sich in der Richtung des Strahles Konvektion viel schwerer vermeiden ließ.

1) R. Fürth, Ann. d. Phys. **53**, 183, 1917.
2) R. Fürth, Ann. d. Phys. **59**, 409, 1919; Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **16**, 327, 1919; Zeitschr. f. Phys. **2**, 251, 1920.

4.

Die Ermittlung der Mischfarbe des von den Teilchen seitlich ausgestrahlten Lichtes erfolgte nun auf folgende Weise. Nach den Messungen von Lummer[1]) nach der Methode der logarithmischen Isochromaten und denen von Senftleben und Benedikt[2]) aus den optischen Konstanten der Kohle ergibt sich, daß die Strahlung des Kraters der Bogenlampe eine sogenannte „graue" Strahlung ist, d. h. eine solche, die dem Verlaufe der Strahlungskurven nach, nicht aber ihrem Absolutwerte dem Strahlungsgesetze des schwarzen Körpers gleichkommt.

Senftleben und Benedikt geben eine der Planckschen Formel nachgebildete Formel für die Strahlung des Graphits an, welche Modifikation der Kohle wahrscheinlich im positiven Bogenkrater vorliegt, die so lautet

$$s = ac_1\lambda^{-4}\,\frac{1}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}}-1} + bc_1\lambda^{-5}\,\frac{1}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}}-1} \qquad (4)$$

mit folgenden Werten für die Konstanten

$$a = -312{,}2, \quad b = 0{,}651, \quad c = 3{,}72\cdot 10^{-5}, \quad c_2 = 1{,}44.$$

In dem von uns verwendeten Wellenlängenbereich

$$\lambda = 350 \quad \text{bis} \quad \lambda = 750\ \mu\mu$$

und für die wahre Temperatur des positiven Kraters der Bogenlampe von 4200° abs. folgt hieraus, daß man mit einem Fehler von rund 2 Proz. im Mittel das erste Glied gegen das zweite vernachlässigen kann, was bei der ohnehin unsicheren Schätzung der Temperatur und des Einflusses der Koronastrahlung keinen wesentlichen Fehler hereinbringt. Die demnach aus dem 2. Gliede von (4) allein berechnete Strahlungsverteilung der Bogenlampe findet man in willkürlichem Maße in Tab. I und graphisch in Fig. 1 dargestellt.

Diese Energieverteilungskurve ist nun zunächst, da die Grundempfindungskurven das normale Sonnenspektrum zugrunde legen, auf dieses zu beziehen. Die Energieverteilung im Normalspektrum der Sonne wurde der Untersuchung von Langley[3]) entnommen, die ebenfalls für den benützten Wellenlängenbereich in willkürlichem Maßstabe in Fig. 1 und Tab. I eingetragen ist, welche Kurve der Energieverteilung auf der Erdoberfläche, ohne Berücksichtigung der Absorption in der Atmosphäre entspricht.

Der Quotient beider Verteilungen gibt die benötigte Beziehung der Energiestrahlung des Bogenlichtes bezogen auf die Sonne; auch diese findet man in Tabelle und Figur verzeichnet. Die Kurve steigt, wie von vornherein zu erwarten war, gegen Rot und Violett ein wenig an und hat im Grün ein Minimum, was bewirkt, daß das Bogenlicht gegenüber dem Sonnenlicht einen rötlichvioletten Stich hat.

Tabelle I.

λ	Kohlebogen	Sonne	Kohlebogen . 10 / Sonne
350	10,6		
375	14,6	11,3	12,9
400	18,4	23,5	7,80
450	26,6	42,3	6,30
500	34,0	57,0	5,92
550	39,1	62,5	6,25
600	42,8	62,9	6,80
650	44,5	60,2	7,38
700	44,8	55,3	8,10
750	43,9	46,8	9,38

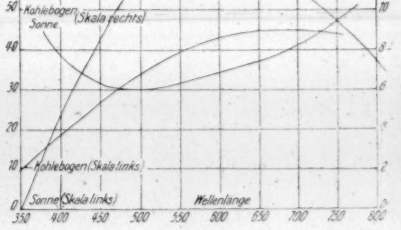


Fig. 1.

Die drei Grundempfindungskurven wurden der bereits erwähnten Arbeit von F. Exner[1]) entnommen, die in der Folge mit R (rot), G (grün) und B (blau) bezeichnet werden. Da diese auf das normale Sonnenspektrum bezogen sind, rechnen wir sie auf das Spektrum der Bogenlampe durch Multiplikation mit den Zahlen der letzten Spalte von Tab. I bzw. Benützung der Figur um. Die so umgerechneten Grundempfindungsintensitäten findet man für eine Anzahl Wellenlängen in der folgenden Tabelle II in willkürlichem Maße eingetragen.

1) O. Lummer, Verflüssigung der Kohle, Sammlung Vieweg 9/10, S. 55 ff.

2) Senftleben und Benedikt, Ann. d. Phys. **54**, 65, 1917.

3) S. P. Langley, Ann. d. Phys. **19**, 226, 1883. Die verwendete Kurve entspricht Kurve I der Tafel III dieser Arbeit.

1) F. Exner, Wiener Ber. **111** (2a), 857, 1902.

Tabelle II.

λ	R	G	B
720	0,26	0,09	0,00
685	1,90	0,32	0,00
650	12,82	3,10	0,00
630	29,2	8,72	0,00
620	37,4	—	0,00
600	49,1	30,25	0,14
590	53,4	40,5	0,20
580	54,8	50,8	0,33
577	55,0	55,0	0,46
560	51,6	70,4	1,27
550	47,2	71,0	1,94
525	27,5	52,3	5,57
510	10,82	30,8	9,21
500	7,10	19,95	12,42
490	5,98	13,02	22,7
480	6,30	7,80	49,8
475	6,35	6,35	63,5
460	8,30	2,46	82,0
450	8,50	1,58	86,3
440	8,44	0,13	85,8
420	6,33	0,00	60,5
410	4,44	0,00	41,4
400	2,26	0,00	21,5

5.

Liegt nun die spektrale Energieverteilung der gegebenen Mischfarbe vor, so kann man sie zunächst durch Multiplikation mit den Zahlen der Tabelle II in die drei Grundempfindungen zerlegen, zeichnet diese in Kurvenform auf und planimetriert sie. Die so gewonnenen drei Flächeninhalte geben den Gehalt der Mischfarbe an Grundempfindung in relativem Maße. Denkt man sie sich als Gewichte in den drei Ecken des Maxwellschen Farbendreiecks angebracht, so gibt ihr Schwerpunkt den Ort der Mischfarbe im Farbendreieck, dessen Mittelpunkt das neutrale Weiß bezeichnet. In das gleiche Farbendreieck hat man ferner noch die aus Exners Tabellen folgende Kurve der Spektralfarben einzuzeichnen, wie es in Fig. 1 dargestellt ist. Verbindet man nun den auf die oben beschriebene Methode gewonnenen Farbpunkt durch eine Gerade mit dem Weißpunkt, so ergibt deren Schnittpunkt mit der Kurve der Spektralfarben die Wellenlänge jener Spektralfarbe, die der vorgelegten Mischfarbe nach ihrem Farbton gleich ist[1]).

Zunächst kann man sich nun überzeugen, ob die in Tab. I durchgeführte Reduktion des Bogenlichtes auf das Normalspektrum der Sonne den wirklichen Verhältnissen entspricht, indem man den Ort der Bogenlichtfarbe im Farbendreieck aufsucht. Das geschieht durch Benützung von Tab. II durch Aufzeichnung der den Werten von R, G, B entsprechenden Kurven und deren nachheriges Planimetrieren. Auf diese Weise erhält man für die Koordinaten des Bogenlichtpunktes (Seitenlänge des Farbendreiecks 50 cm) $x = 25{,}0$, $y = 14{,}13$, in der Fig. 2 als Bo eingezeichnet. Der Punkt liegt in der Tat sehr nahe dem W-Punkte, jedoch mit einer etwas geringeren Beimischung von Grün, bzw. einem Stich ins Purpurviolette, was den wirklichen Verhältnissen, wie der Augenschein lehrt, tatsächlich entspricht.

Nunmehr kann an die Bestimmung der Mischfarben des von den Teilchen seitlich abgebeugten Lichtes geschritten werden, indem man die den verschiedenen Teilchengrößen entsprechenden Ausstrahlungskurven mittels Tab. II in die Grundempfindungen R, G, B zerlegt und nach der obigen Anweisung ihre Lage im Farbendreieck aufsucht. Zugrundegelegt wurden die nach der Mieschen Theorie berechneten Ausstrahlungen von Au-Teilchen in Wasser nach Mie[1]) und von Ag-Teilchen in Wasser nach Müller[2]). Die Details der umfangreichen Rechnung übergehend, teile ich ihre Resultate in den folgenden beiden Tabellen III u. IV mit, die in der ersten Spalte die Teilchenradien, in der 2., 3. und 4. Spalte die relativen Gehalte an Grundempfindung, in der 5. und 6. die Koordinaten im Farbendreieck und in der 7. die aus Fig. 2 nach dem oben auseinandergesetzten Verfahren ermittelten äquivalenten Wellenlängen, schließlich in der 8. Spalte die gebräuchlichen Farbenbezeichnungen nach der Helmholtzschen Terminologie enthält.

Um die Tabelle interpolieren zu können, ist es zweckmäßig, sich die Abhängigkeit der λ

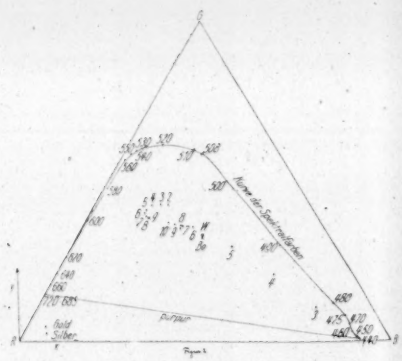


Fig. 2.

1) Eine sehr eingehende und klare Darstellung der Methode findet man bei K. W. F. Kohlrausch, diese Zeitschr. 21, 396, 1920.

1) G. Mie, Ann. d. Phys. 25, 423, 1908.
2) E. Müller, Ann. d. Phys. 35, 508, 1911.

von a graphisch darzustellen, was in Fig. 3 durchgeführt erscheint. Diese Darstellung bietet auch den Vorteil, die sich aus den Ungenauigkeiten des Verfahrens ergebenden Fehler ausgleichen zu können (siehe die ausgezogene Kurve in Fig. 3). Auch diese ausgeglichenen, bzw. inter- und extrapolierte Werte sind in den Tabellen aufgenommen.

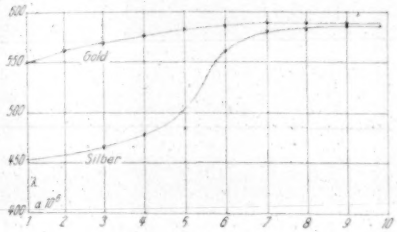


Fig. 3.

Tabelle III.

Gold in Wasser.

$a \cdot 10^6$	R	G	B	x	y	λ	Farbe
9	445	391	164	17,96	16,95	588	
8	452	389	159	17,70	16,84	588	goldgelb
7	452	395	153	17,48	17,11	588	
6	453	403	144	17,35	17,43	585	
5	442	413	145	17,55	17,89	582	gelb
4	419	429	152	18,30	18,60	575	gelb m. Stich ins Grün
3	396	429	175	19,50	18,62	568	gelbgrün
2	373	431	196	20,55	18,68	562	

Tabelle IV.

Silber in Wasser.

$a \cdot 10^6$	R	G	B	x	y	λ	λ (ausgegl.)	Farbe
10	402	376	222	20,50	16,26	585	585	
9	389	369	242	21,32	15,95	585	585	
8	377	363	260	22,10	15,78	582	584	gelb (sehr ungesättigt)
7								
6	371	364	265	22,40	15,78	580	580	
5,5	344	361	295	23,79	15,63	560	560	gelbgrün
5	aus Fig. 3 interpoliert						536	„
4	273	297	430	28,90	12,89	484	503	blaugrün
3	207	213	580	34,32	9,21	477	477	cyanblau
2	150	108	742	39,89	4,68	465	465	indigoblau
	aus Fig. 3 extrapoliert						450	„

6

Ich gebe nun im folgenden die Beobachtungsresultate an Gold- und Silberteilchen in Wasser in den folgenden Tabellen V, VI, VII u. VIII wieder, von denen sich die beiden ersten auf die primitivere Optik (Objektiv D^*) und die beiden letzteren auf die vollkommenere (Apochromat 4 mm) beziehen. Es sind darin jeweils Messungen an einer größeren Anzahl m von Einzelteilchen, die in ein gewisses Farbenintervall fallen, zusammengefaßt, wie aus den Zahlen der ersten Spalte ersichtlich ist, die zweite Spalte enthält dann die Gesamtzahl aller Passagen Σn und die dritte die Summe aller $T : \Sigma T$, woraus sich die mittleren doppelseitigen Erstpassagezeiten ϑ (4. Spalte) ergeben aus

$$\vartheta = \frac{\Sigma T}{\Sigma n}.$$

Die 5. Spalte enthält die aus Formel (3) hierzu berechneten Werte der Partikelradien aus der Brownschen Bewegung a_{Br}, während die 6. Kolonne die aus den Ablesungen am Spektralphotometer durch Benützung der Tabellen III u. IV folgenden Radien aus der Farbe a_F enthält.

Tabelle V.

Gold in Wasser (Objektiv D^*).

m	Σn	ΣT	ϑ	$10^6 \cdot a_{Br}$	$10^6 \cdot a_F$
36	200	3580	17,90	4,0	1 — 2
11	65	1412	21,72	4,9	2 — 3
14	85	2143	25,21	5,7	3 — 4
20	94	2434	25,90	5,9	4 — 5
10	33	1190	36,06	8,2	5 — 6
6	27	1048	38,81	8,8	6 — 7
3	11	558	50,73	11,5	7 — 10

Tabelle VI.

Silber in Wasser (Objektiv D^*).

m	Σn	ΣT	ϑ	$10^6 \cdot a_{Br}$	$10^6 \cdot a_F$
8	33	336	10,18	2,3	1 — 3
12	64	856	13,38	2,9	3 — 4
38	233	3239	13,90	3,1	4 — 5
30	148	3493	23,63	5,2	5 — 6
24	113	2748	24,32	5,4	6 — 7
7	27	1052	38,96	8,9	7 — 10

Tabelle VII.

Gold in Wasser (Apochromat).

m	Σn	ΣT	ϑ	$10^6 \cdot a_{Br}$	$10^6 \cdot a_F$
3	74	66	0,894	2,9	1 — 2
10	472	583	1,237	4,0	2 — 3
18	373	635	1,705	5,5	3 — 4
18	367	703	1,918	6,2	4 — 5
15	312	695	2,225	7,2	5 — 6
16	350	1120	3,20	10,4	6 — 7
14	168	514	3,07	9,9	7 — 10

Tabelle VIII.

Silber in Wasser (Apochromat).

m	Σn	ΣT	ϑ	$10^6 \cdot a_{Br}$	$10^6 \cdot a_F$
15	255	175	0·685	2,2	2 — 4
15	382	379	0,995	3,2	4 — 5
31	1168	1290	1,11	5,6	5 — 6
17	617	821	1,33	4·3	6 — 7
15	611	1467	2,40	7,8	7 — 10

Wie man sieht, ist im ganzen und großen die Übereinstimmung eine gute; jedenfalls ist zunächst deutlich sichtbar, daß die beiden Reihen von Teilchenradien a_{Br} und a_F monoton einander zugeordnet sind. Genauer betrachtet fällt jedoch an beiden Paaren von Tabellen eine systematische, wenn auch nicht sehr große Abweichung der beiden Reihen in die Augen, indem durchweg für die Goldteilchen $a_{Br} > a_F$ und für die Silberteilchen $a_{Br} < a_F$ ist. Besonders deutlich wird dies, wenn man sich die Tabellen VII und VIII graphisch darstellt (Fig. 4).

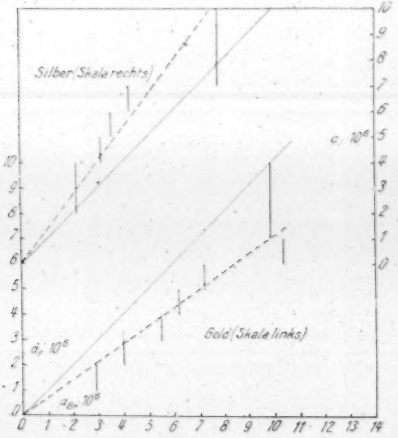


Fig. 4.

Es ist nun kaum anzunehmen, daß diese Diskrepanz auf ein Versagen der Formel für die Brownsche Bewegung zurückzuführen sei schon aus dem Grunde, weil die Abweichung bei den beiden Materialien in der entgegengesetzten Richtung liegt. Abgesehen davon ist auch durch die so präzisen Untersuchungen von Westgren[1]) an Goldteilchen gezeigt worden, daß die Einsteinsche Formel für Teilchen dieser Größenordnung mit großer Genauigkeit gilt. Es scheint also, als ob die Radienbestimmung aus der Farbe zu etwas verfälschten Resultaten führen würde, was möglicherweise auf folgende Umstände zurückgeführt werden könnte:

1. Geschieht die Berechnung der Ausstrahlungskurven durch nicht sehr gut konvergierende Reihenentwicklungen, insbesondere werden bloß die sog. ersten elektrischen Partialschwingungen benützt.

2. Sind die optischen Konstanten der Teilchen nicht so genau bekannt und überhaupt zweifelhaft, ob sie mit denen des kompakten Materials völlig übereinstimmen.

3. Spielt die Beschaffenheit der Bogenkohlen, die Koronastrahlung und die Absorption in den optischen Gläsern eine schwer zu übersehende Rolle, die aber einen nicht unerheblichen Einfluß auf die Radienschätzung haben dürfte.

4. Ist es möglich, daß die Teilchen nicht genau kugelförmig waren, was entweder auf unregelmäßige Überzüge von Oxyd oder Hydroxyd (s. später) oder auf Komplexbildung durch Koagulation aus kleineren Teilchen zurückgeführt werden könnte, obzwar gerade der letztere Fall nicht sehr wahrscheinlich ist, da sich solche Komplexe durch ihr ultramikroskopisches Bild meist charakteristisch von kompakten Teilchen unterscheiden[2]).

5. Können die Teilchen einen oberflächlichen Überzug von Oxyd oder Hydroxyd annehmen, was nach der Beugungstheorie sowohl auf die Intensität als auch auf die Farbe einen wesentlichen Einfluß haben müßte, obzwar stets frisch hergestellte Sole zur Beobachtung verwendet wurden.

Die unter 4 und 5 aufgestellten Vermutungen werden nun durch den Umstand gestützt, daß außer den beschriebenen Partikeln auch solche beobachtet werden konnten, die entweder nach Farbe oder nach Intensität mit der Mieschen Theorie nicht übereinstimmten, und zwar gelbliche und grünliche Teilchen an *Au* mit wesentlich kleinerer Intensität als ihnen nach ihrer Größe zukommen sollte und ferner purpurrote bis orangerote Teilchen an *Ag*, mit kleinerer Intensität als die gelblichweißen, welche Farben nach der Beugungstheorie an metallischem

1) A. Westgren, Zeitschr. f. Phys. Chem. **89**, 63, 1914; Zeitschr. f. anorg. Chem. **93**, 231, 1915.

2) Daß bei Silbersolen Abweichungen der Teilchenform von der Kugelgestalt vorkommen können, ist an subultramikroskopischen Teilchen von R. Gans, Ann. d. Phys. **62**, 331, 1920 und T. Isnardi, Ann. d. Phys. **62**, 573, 1920 gezeigt worden.

Silber überhaupt nicht auftreten sollten. Ähnliche Farbenanomalien werden auch schon in der bereits zitierten früheren Arbeit des Verfassers beschrieben und nach dem beobachteten Dichroismus im polarisierten Lichte als unregelmäßige Oxydschichten am Partikel gedeutet.

Ich habe auch von solchen Teilchen die Brownsche Bewegung gemessen und daraus den Radius berechnet, welche Messungen mit Beifügung der Farbe in der Tabelle IX wiedergegeben sind.

Tabelle IX.

Metall	m	Σn	ΣT	ϑ	$10^6 \cdot a_{Br}$	Farbe
Au	16	138	305	2,21	7,2	gelblich
	4	35	60	1,71	5,5	grünlich
Ag	12	151	174	1,15	3,7	purpurrot
	13	164	196	1,20	3,9	orangerot
	9	98	159	1,62	5,2	orangegelb

Vergleicht man mit den Tabellen VII u. VIII, bzw. III u. IV, so sieht man, daß die Zuordnung der Brownschen Radien zu den Farben bei *Au* die gleichen sind wie früher, so daß es sich also wahrscheinlich bloß um eine Schwächung der Intensität infolge dünner oberflächlicher nichtmetallischer Schichten handelt, wie solche bei Goldsolen schon von Siedentopf[1]) vermutet worden sind. Bei den *Ag*-Teilchen hätte man nach ihrer Brownschen Bewegung Farben von Blaugrün bis Grüngelb zu erwarten gehabt. Es scheint sehr wahrscheinlich, daß auch hier Oberflächenschichten die Farbe verfälscht haben dürften, um so mehr, als es einige Male unzweifelhaft beobachtet werden konnte, wie ein solches purpurrotes Teilchen im intensivem Lichtkegel während der Beobachtung seine Farbe in Gelb veränderte, was als ein direkter photochemischer Prozeß gedeutet werden kann. Ähnlich wurde einmal die Umwandlung der Farbe eines blauen *Ag*-Teilchens in ein gelbes beobachtet. Der Prozeß vollzog sich binnen wenigen Sekunden. Ob es sich hier um Reduktions- oder Oxydationsvorgänge handelt, muß dahingestellt bleiben, sie sind jedenfalls den von Siedentopf beobachteten photochemischen Effekten des Ausbleichens metallischer Silbersole im Kardioidkondensor (l. c.) an die Seite zu stellen.

Nach den hier vorgebrachten Gründen muß man jedenfalls sagen, daß die beobachteten Abweichungen der Radienbestimmungen nach den beiden Methoden voneinander kaum einem prinzipiellen Fehler einer dieser Methoden zugeschrieben werden können, vielmehr auf Rechnung der angeführten Unsicherheiten gesetzt werden müssen.

Zusammenfassung.

Es werden gemäß der Beugungstheorie der Farben ultramikroskopischer Metallteilchen die bei der Beobachtung im Spaltultramikroskop zu erwartenden Mischfarben von *Au*- und *Ag*-Teilchen in Wasser unter Zugrundelegung der spektralen Energieverteilung des zur Beleuchtung verwendeten Bogenlichtes nach der Helmholtzschen Theorie der Grundempfindungen als Funktionen der Partikelradien berechnet.

Es werden für eine große Anzahl von Einzelteilchen Farbe und Brownsche Bewegung beobachtet und aus beiden einerseits nach dem obigen Verfahren, andererseits nach der Einsteinschen Theorie ihre Radien berechnet. Zwischen beiden Reihen von Radienzuordnungen ergeben sich kleine systematische Abweichungen im Sinne von $a_{Br} > a_F$ bei Gold und $a_{Br} < a_F$ bei Silber.

Es wird eine Reihe von Gründen für eine solche systematische Verfälschung aufgezählt, wahrscheinlich werden die kleinen Abweichungen auf Rechnung nichtmetallischer dünner Überzüge der Teilchen zu setzen sein, was einerseits durch Beobachtung von Teilchenfarben, die nach der Theorie nicht auftreten sollten, andererseits durch beobachtete Farbänderung im Lichtkegel während der Messung von offenbar photochemischem Charakter gestützt wird.

Prag, im November 1920.

(Eingegangen 25. November 1920.)

1) H. Siedentopf, a. a. O. S. 39 ff.

ZUSAMMENFASSENDE BEARBEITUNGEN.

Neue Fortschritte der Farbenlehre. II.

Von Wilhelm Ostwald.

Seit meinem ersten, vor 3 Jahren erstatteten Bericht[1]) haben die Forschungen auf dem Gebiete der Farbenlehre einen stetigen Fortgang genommen. Sie ist auf das beschränkt geblieben, was ich allein zur Sache tun konnte; eine Aufnahme, Prüfung oder Weiterentwicklung der dort und anderweit mitgeteilten Ergebnisse durch andere Forscher ist bisher fast vollständig ausgeblieben. Doch hat sich immerhin in letzter Zeit ein besseres Verständnis der erzielten Fortschritte feststellen lassen.

Ich berichte nachfolgend über die Hauptergebnisse der neueren Arbeiten.

Farbton und Wellenlänge. Diese merkwürdig wechselnde Zuordnung von Farbton und Wellenlänge homogener Lichter ist bereits im ersten Bericht (I, 355) kurz dargestellt worden. Inzwischen sind die damals gemachten Beobachtungen erweitert und verbessert worden. Insbesondere wurde berücksichtigt, daß, wie schon Helmholtz betont hatte, der Farbton mit der absoluten Lichtstärke wechselt. Indessen ist dieser Wechsel auf sehr große und sehr geringe Lichtstärken beschränkt; dazwischen gibt es ein großes Gebiet „normaler" Helligkeiten, in denen er praktisch Null ist. Für solche gelten die nachstehenden Darlegungen.

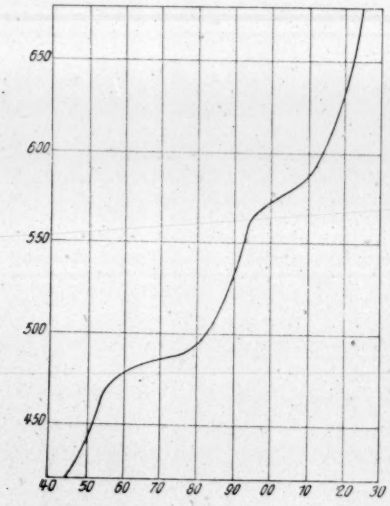


Fig. 1.

Man kann im Spektrum drei unempfindliche Gebiete und zwei empfindliche unterscheiden; in den ersten ändert sich der Farbton nur langsam mit der Wellenlänge, im zweiten schnell. Unempfindlich sind Ublau[1]), Laubgrün[2]) und Rot, empfindlich Seegrün[3]) und Gelb. Fig. 1 stellt den Zusammenhang in Parallelkoordinaten dar; die Farbtonnummern sind wagerecht, die Wellenlängen senkrecht aufgetragen. Eine in mancher Beziehung anschaulichere Darstellung ist in Fig. 2 gegeben. Hier sind die

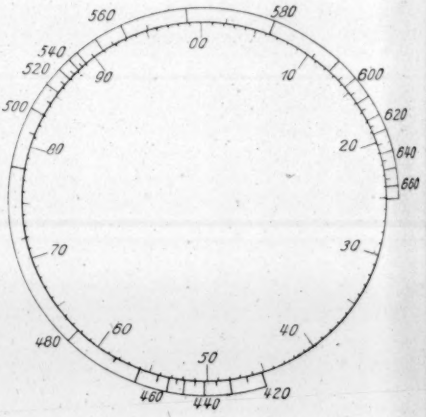


Fig. 2.

Farbtöne im Inneren des Kreises gleichabständig eingetragen und außen die zugehörigen Wellenlängen. Man sieht, daß die unempfindlichen Gebiete, wo sich die Wellenlängen drängen, etwa um 120 Grad auseinander liegen; ebenso die empfindlichen. Dabei sind die im Spektrum fehlenden Purpurtöne als empfindliches Gebiet zu rechnen. Dadurch wird gleichzeitig bedingt, daß sich stets je ein empfindliches und ein unempfindliches Gebiet gegenüberliegen; je zwei Gegenfarben liegen also immer in entgegengesetzten Gebieten. Die

1) Diese Zeitschr. **17**, 322 u. 352, 1916. Weiterhin zitiert als I.

1) Für Ultramarinblau.
2) Oder Gelbgrün.
3) Oder Blaugrün.

ganze Ordnung deutet auf das Vorhandensein von drei psychologischen Hauptstellen im Spektrum hin, entsprechend der Theorie von Young-Helmholtz.

Unterschiedsempfindlichkeit im Spektrum. Man kann zunächst vermuten, daß dies Ergebnis mehr zufällig als notwendig ist, da es ganz und gar von der Teilung des Farbkreises abhängt, die ihrerseits wieder auf der Voraussetzung beruht, daß die Reinheitsmessungen der Farben durch Bestimmung des Weiß- und Schwarzgehaltes richtig sind. Ist eines der Glieder dieser Schlußkette falsch, so ist es auch das Endergebnis.

Nun lassen sich aber mehrere ganz unabhängige Nachweise erbringen, daß jene bemerkenswerte Beziehung zwischen Farben und Wellenlängen nicht zufällig ist. Einer der unmittelbarsten findet sich in der Untersuchung von König und Dietrici[1]) über die Unterschiedsempfindlichkeit des Auges für die Spektralfarben. Es wurden durch das ganze Spektrum die mittleren Einstellungsfehler auf Farbengleichheit bestimmt, wobei sich ein ungemein starkes Auf und Ab dieses Fehlers mit der Wellenlänge ergab. Fig. 3 stellt in der Kurve I

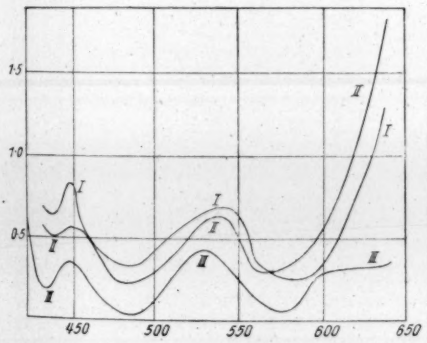


Fig. 3.

die Ergebnisse von Dieterici, unter II die von König dar.

Dazu ist unter III eine Kurve gezeichnet, die folgendermaßen erhalten wurde. Es wurden (in beliebigem Maßstabe) als Ordinaten die Unterschiede der Wellenlängen eingetragen, welche zwischen zwei aufeinanderfolgenden Farbtönen des 100teiligen Farbkreises bestehen. Da der Farbkreis nach dem Prinzip der inneren Symmetrie geteilt ist (I, 352) entsprechen seine Stufen psychologisch gleichen Schritten. Die angegebenen Unterschiede der Wellenlängen sind somit gleichfalls ein Ausdruck für die psychologische Empfindlichkeit des Auges im Spektrum.

Nun bedarf es nur eines Blickes, um die Wesensgleichheit der Kurve III mit I und II zu erkennen. Die Unterschiede sind nicht größer, als die zwischen I und II. Selbst das kleine Maximum im Veil bei 450 ist vorhanden. Die einzige Abweichung ist die am roten Ende, an dem jene Beobachter eine geringere Verschiedenheit mit der Wellenlänge gefunden haben, als ich. Das kann sehr gut durch persönliche Verschiedenheiten bedingt sein.

Wir dürfen also aus dieser bemerkenswerten Übereinstimmung schließen, daß alle Glieder der oben erwähnten Schlußkette, die zur Einteilung des Farbkreises geführt haben, grundsätzlich richtig sind.

Der Farbmischer. Die stärkste Abweichung von der traditionellen Farbenlehre war seinerzeit durch die Auffassung gegeben, daß jene Erscheinung, die man an den Körperfarben als reine oder gesättigte Farbe bezeichnet, nicht durch homogenes Licht bedingt ist, sondern durch das Zusammenwirken aller Lichter, welche zwischen zwei Gegenfarben des Farbenkreises liegen. Da das Spektrum nur $^1/_3$ des Farbenkreises umfaßt, bedeutet dies, daß durchschnittlich mehr als die Hälfte aller sichtbaren Lichter sich zu einer solchen Farbe vereinigen. Eine solche Gruppe von Lichtern wurde ein Farbenhalb genannt. Um diese neuartig definierten Farben unzweideutig zu bezeichnen, sollen sie künftig nicht reine oder gesättigte Farben genannt werden, sondern Vollfarben.

Um diese Lehre einer grundsätzlichen Prüfung zu unterwerfen, habe ich einen Apparat, den Farbmischer, gebaut, welcher die Herstellung jeder vorgeschriebenen Mischung von Wellenlängen gestattet. Der Grundgedanke rührt von Maxwell her; dieser hat ihn aber nur zur Mischung von drei homogenen Lichtern (der Grundfarben nach der Theorie von Young) verwertet.

Der Apparat kann kurz als ein umgekehrt benutztes Spektroskop bezeichnet werden. Man läßt das Licht dort einfallen, wo bei gewöhnlicher Anwendung das Spektrum erscheint, und bringt das Auge an den Spalt, in den gewöhnlich das Licht einfällt. Tritt weißes Licht von allen Stellen ein, wo das Spektrum erscheinen würde, so sieht das Auge durch den Spalt die Prismenfläche in weißem Licht. Blendet man einen Teil des Spektralgebietes ab, z. B. wo die kürzeren Wellen von F abwärts hinfallen

[1]) Wied. Ann. **22**, 579, 1884.

würden, so sieht man die Prismenfläche buntfarbig, und zwar im angegebenen Falle schwefelgelb, Farbton oo.

Die Ausführung des Gedankens wurde mit einfachsten Mitteln bewerkstelligt. Fig. 4 stellt

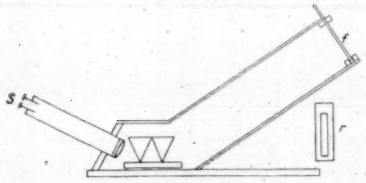


Fig. 4.

ein aus Holz und Pappe gefertigtes Gehäuse dar, in welchem ein stark zerstreuendes Prisma und eine achromatische Linse an einem Sehrohr mit Spalt *s* den optischen Anteil bilden. An dem anderen Ende ist ein Falz *f* angebracht, in welchen wie die Kassetten einer Kamera Rahmen *r* aus Pappe geschoben werden können, deren Ausschnitt dem sichtbaren Spektrum entspricht. Man läßt zunächst Sonnenlicht durch den Spalt einfallen, bestimmt an einer an einem Rahmen angebrachten Millimeterteilung die Lage der wichtigsten Spektrallinien und stellt sich darnach eine Wellenlängenskala her. Legt man einen leeren Rahmen in richtiger Stellung auf die Skala, so kann man durch Aufkleben von schwarzem Papier alle Gebiete abblenden, die man ausschließen will, und nur die gewünschten durchlassen. Schiebt man eine derart hergerichtete Blende in den Falz und richtet den Apparat gegen den Himmel oder eine weiße Fläche, so sieht das an den Spalt gebrachte Auge die Mischung der durchgelassenen Lichter.

Man kann auf solche Weise u. a. die Farben solcher Stoffe erzeugen, welche bestimmte Absorptionsspektren aufweisen. Es ist eine angenehme Überraschung, zu sehen, mit welcher Genauigkeit die Farben der Lösungen von Hämoglobin, Praseodym- und Neodymsalzen, Permanganaten usw. nachgebildet werden können, wenn man deren Absorptionsspektren gemäß der Wellenlängenskala schwarz auf durchscheinendes Pauspapier zeichnet und in den Falz schiebt.

Mit Hilfe dieses Apparates habe ich mich überzeugt, daß tatsächlich alle Vollfarben durch die Mischung von Farbenhalben hervorgerufen werden. Die Mischfarben erscheinen im allgemeinen ebenso „gesättigt", wie homogene Lichter gleichen Farbtons und gleicher Helligkeit. Eine Ausnahme bilden die grünen Farben, welche etwas blaß erscheinen. Dies liegt an ihrer konstitutionellen Unreinheit, die unter allen Umständen vorhanden ist (s. u.). Bei den Körperfarben besteht aber ihr unbunter Anteil vorwiegend aus Schwarz, das sich psychologisch nur sehr wenig geltend macht, im Farbmischer dagegen ausschließlich aus Weiß, dessen psychologische Wirkung sehr groß ist. Versucht man grüne Aufstriche mit möglichst wenig Schwarz herzustellen, so überzeugt man sich, daß die Farben im Apparat denen der Aufstriche an Reinheit überlegen sind.

Die Hauptprüfung. Der Farbmischer kann ferner benutzt werden, um festzustellen, ob sich das Hauptgesetz bewahrheitet, das der Lehre vom Farbenhalb zugrunde liegt. Dieses geht dahin, daß der Farbton der aus jedem Farbenhalb entstehenden Vollfarbe in der Mitte zwischen den Farbtönen der beiden Grenzen liegen muß. Sind also *a* und *a'* die Farbtöne der homogenen Lichter, die das Farbenhalb begrenzen, so muß der Farbton der Vollfarbe gleich

$$\frac{a' + a}{2}$$

sein. Bei dem 100teiligen Farbtonkreise stehen *a* und *a'* um 50 voneinander ab; der Farbton *f* der Vollfarbe muß also $f = a \pm 25$ sein. Hierbei gelten die Zeichen + und — je nachdem die eine oder die andere Gruppe der Lichter gemischt werden, die zwischen den Gegenfarben *a* und *a'* liegen.

Bedenkt man die ungemein stark wechselnde Zuordnung zwischen den Farbtönen des rationell geordneten Kreises und denen des Spektrums, so erkennt man, daß diese Forderung sehr weitgehende Ansprüche bedingt. Denn beim Fortschreiten durch den Kreis wandern die drei Punkte *a*, *f* und *a'* mit verschiedener und stets wechselnder Geschwindigkeit; sie müssen also einer sehr bestimmten Gesetzmäßigkeit unterworfen sein, um dabei stets die beiden Bedingungen

$$f = \frac{a + a'}{2}$$

zu erfüllen.

Das Ergebnis meiner Untersuchungen ist, daß diese Bedingungen tatsächlich erfüllbar, bzw. erfüllt sind, daß also die Lehre vom Farbenhalb zu Recht besteht. Auf die Einzelheiten dieser Arbeit einzugehen, würde an dieser Stelle zu weit führen; man findet sie in dem Band 2 meiner Farbenlehre[1]).

1) Physikalische Farbenlehre, Leipzig 1919, Verlag Unesma.

Absolute Definition der 100 Farbtöne. Eine wichtige Anwendung dieses allgemeinen Ergebnisses ist die zur Definition der 100 Farbtöne durch Wellenlängen. Früher ist eine solche durch die Angabe der entsprechenden homogenen Lichter gegeben worden; sie mußte aber wegen des Fehlens der Purpurfarben im Spektrum unvollständig sein. Diesen Mangel haben die durch Farbenhalbe definierten Vollfarben nicht, denn sie enthalten auch alle Purpurfarben. Außerdem sind sie mit den Körperfarben viel besser vergleichbar, da sie von gleicher Zusammensetzung sind wie diese.

Nachstehend ist eine tabellarische Übersicht der so definierten Vollfarben gegeben. Zu jeder Farbe gehören zwei Wellenlängen, die das Farbenhalb begrenzen. Von diesen kann eine im Ultrarot bzw. Ultraveil liegen, also unbestimmt sein. Dabei definiert jedes Paar Wellenlängen zwei Vollfarben, die im Verhältnis der Gegenfarben stehen. Wo in der Tabelle zwei Wellenlängen angegeben sind, werden die Vollfarben daher entweder von den Wellen gebildet, die zwischen beiden Werten liegen (grüne Farben) oder von denen, die zwischen Ultrarot und dem niedrigeren Werte plus denen, die zwischen dem höheren Werte und Ultraveil liegen (Rot und Purpur). Im ersten Falle ist das Farbenhalb zusammenhängend, im zweiten besteht es aus zwei Stücken von beiden Enden des Spektrums.

Wo in der Tabelle nur eine Zahl angegeben ist, liegt die andere gleichsam im Unendlichen, nämlich im Ultrarot bzw. im Ultraveil. Die eine Vollfarbe besteht daher aus allen Wellen, die größer sind als die Zahl (Gelb und Kreß), die andere aus denen, welche kleiner sind (Blau). In diesen Fällen sind also die Wellengebiete gleichfalls zusammenhängend, sie liegen aber nur einerseits im Endlichen, andererseits im Unendlichen.

Beide Gruppen grenzen beim Farbton 20 bzw. 70 aneinander.

Graphische Darstellung der Farbenhalbe. Eine anschauliche Übersicht der ziemlich verwickelten Verhältnisse, die in der vorstehenden Tabelle dargestellt sind, wird durch Fig. 5 gegeben. Hier sind wieder die Wellenlängen als Abszissen, die Farbtonnummern als Ordinaten eingetragen. Die starken Linien geben die Grenzen der Farbenhalbe, die punktierten die homogenen Lichter gleichen Farbtons, also gleichsam die resultierenden Wellenlängen an. Der Inhalt der Figur ist bereits in der unteren Hälfte zwischen 00 und 50 erschöpft, da die Farbtöne 50 bis 99 als Gegenfarben durch die gleichen Grenzen definiert sind. Doch ist die obere Hälfte als Wiederholung der unteren hinzugefügt worden (nur mit anderer Lage der punktierten Linien), um die Übersicht vollständiger zu machen.

Nr.	Ultrarot bis	bis	bis Ultraveil	Nr.
0		487		50
1		500		51
2		507		52
3		513		53
4		518		54
5		522		55
6		526		56
7		530		57
8		534		58
9		538		59
10		541		60
11		545		61
12		548		62
13		551		63
14		554		64
15		557		65
16		559		66
17		561		67
18		563		68
19		564		69
20	420	565		70
21	423	566		71
22	427	568		72
23	431	569		73
24	435	571		74
25	440	572		75
26	446	574		76
27	453	575		77
28	459	576		78
29	464	578		79
30	468	579		80
31	471	580		81
32	473	581		82
33	475	582		83
34	477	583		84
35	478	585		85
36	479	587		86
37	480	589		87
38	481	593		88
39	482	598		89
40	482	604		90
41	483	610		91
42	483	616		92
43	484	622		93
44	484	628		94
45	484	634		95
46	485	641		96
47	485	648		97
48	486	655		98
49	486	662		99

Die drei ausgezogenen Kurven grenzen vier Felder ab, die schräg nach rechts aufsteigen. Um die Blende zu finden, die einem bestimmten Farbton zugehört, zieht man die zugehörige Wagerechte. Wo sie im dunklen Gebiet verläuft, ist sie zuzudecken, im weißen ist sie

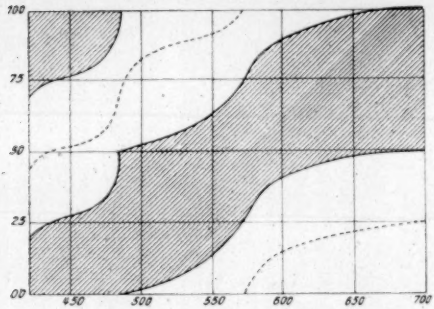


Fig. 5.

freizulassen. So erkennt man, daß das Gelb 00 entsteht, wenn man das blaue Ende des Spektrums (das links liegt) bis etwa 490, genauer 487, zudeckt und alles andere Licht durchläßt. Umgekehrt gibt das kurzwellige Ende bis 472, bei zugedecktem langwelligen, das Blau 50. Um das Rot 25 zu erhalten, muß man die kurzen Wellen bis 440 durchlassen, von dort bis 572 abblenden und die langen Wellen von 572 ab wieder durchlassen. Läßt man umgekehrt die Wellen 440 bis 572 durch, so entsteht das gegenfarbige Grün 75.

(Bei dieser Gelegenheit sei erwähnt, daß man zur Messung des Schwarzgehaltes mit Lichtfiltern bei den Farben 20 bis 50 mit zwei Filtern messen muß. Nämlich einem, welches das rote, und einem anderen, welches das veile Ende ihres Spektrums durchgehen läßt. Die beiden so erhaltenen Zahlen sind im allgemeinen verschieden; man vereinigt sie zu einem Mittel gemäß der Lage des Farbtons zwischen jenen Grenzen.)

Die Helligkeit der Vollfarben. Eine andere, sehr schlagende Bestätigung der Lehre vom Farbenhalb ist durch die Messung der spezifischen Helligkeit gegeben. Es ist auf diese Möglichkeit bereits früher (I, 363) hingewiesen worden; auch wurden die ersten Ergebnisse mitgeteilt, welche den eigentümlich terrassenförmigen Gang der zugehörigen Kurve ergeben hatten. Die fortgesetzte Untersuchung des Gegenstandes ergab folgende Beziehungen.

Besteht eine Vollfarbe aus allen Lichtern eines Farbenhalb, so muß ihre Helligkeit sich ergeben, wenn man die Helligkeiten der zugehörigen Lichter summiert (oder integriert). Da ferner ihre Gegenfarbe aus allen Lichtern besteht, die in der ersten fehlen, so muß deren Helligkeit die der ersten zu der des weißen Lichtes, d. h. zu Eins ergänzen.

Die Verteilung der Helligkeit im Sonnenspektrum hat bereits Fraunhofer in seiner grundlegenden Arbeit[1]) gemessen und für die zwischen seinen Hauptlinien liegenden Räume berechnet. Summiert man diese Werte, setzt die Summe gleich Eins und berechnet die Bruchteile der Gesamthelligkeit von einem Ende des Spektrums bis zu den einzelnen Linien, so kann man eine Kurve zeichnen, welche die Gesamthelligkeit vom Ende des Spektrums bis zu jeder Wellenlänge abzulesen gestattet. Der Unterschied zweier solcher Werte, die zu den zwei Grenzen eines Farbenhalbs gehören, ergibt dann die Helligkeit der entsprechenden Vollfarbe. Diese kann man dann mit der spezifischen Helligkeit derselben Vollfarbe vergleichen, die sich aus der unmittelbaren Helligkeitsmessung irgendeines Aufstriches von gleichem Farbton nach der Formel

$$h_0 = \frac{h - h_2}{h_1 - h_2}$$

ergibt (I, 363).

Das Ergebnis eines solchen Vergleichs ist in Fig. 6 dargestellt, wo die volle Linie die aus

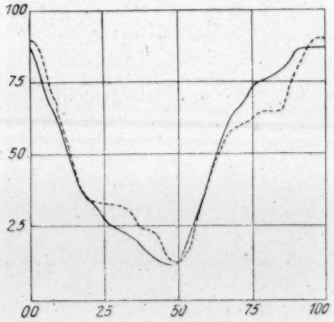


Fig. 6.

den Farbenhalben, die punktierte die aus Helligkeitsmessungen an Aufstrichen berechnete spezifischen Helligkeiten der Vollfarben in Abhängigkeit vom Farbton darstellt; die Farbtonnummern sind Abszissen, die Helligkeiten Ordinaten. Es besteht kein Zweifel, daß es sich um dieselben Größen handelt. Die Abweichungen um 25 und 75 hängen damit zusammen, daß die benutzten Helligkeitsmessungen, die vor mehreren Jahren zu Beginn meiner Arbeiten ausgeführt wurden, noch mit Versuchsfehlern behaftet sind, die ich inzwischen zu vermeiden gelernt habe. Doch hat der Zustand meiner

[1]) Ostwalds Klassiker d. exakt. Wiss. Nr. 150, S. 23.

Augen mir nicht gestattet, die Messungen zu wiederholen.

Das Fechnersche Gesetz in der Farbenlehre. Während für die unbunte Reihe Schwarz-Grau-Weiß das Fechnersche Gesetz seit seinen ersten Anfängen als gültig bekannt ist, war bisher seine Anwendung auf das bunte Gebiet dadurch ausgeschlossen, daß hier quantitative Bestimmungen nicht ausgeführt werden konnten. Seit der Fortschritt zu solchen hier erreicht wurde, war auch für die Anwendung des Fechnerschen Gesetzes der Weg frei.

Die Notwendigkeit, hier die grundlegenden Verhältnisse festzulegen, trat gelegentlich der Bearbeitung des eben vollendeten großen Farbatlas von 2500 Farben[1]) ein, wo die Aufgabe zu lösen war, psychologisch gleichabständige Stufen zu finden, in denen die Farben anzuordnen waren. Daß solche durch analytisch gleich abständige Stufen nicht gegeben sind, stellte sich bereits bei den ersten Versuchen heraus. Stuft man z. B. eine hellklare Reihe (I, 359) derart ab, daß jede Stufe von der anderen um $^1/_{10}$ Vollfarbe absteht, so ergibt sich eine Reihe, die der entsprechend gebildeten Schwarz-Weiß-Reihe ganz ähnlich sieht: die hellen Stufen sind viel zu reichlich vertreten, die dunklen viel zu spärlich. Stuft man die hellklare Reihe dagegen als absteigende geometrische Reihe gemäß dem Fechnerschen Gesetz ab, so erhält man den Eindruck der Gleichabständigkeit. Daraus folgt:

Bunte Vollfarben verhalten sich in der Mischung mit Weiß ebenso wie Schwarz und das Fechnersche Gesetz gilt für hellklare Reihen in solchem Sinne.

Wie genau und innerhalb welcher Grenzen die Gültigkeit des Fechnerschen Gesetzes hier in Anspruch genommen werden kann, habe ich nicht feststellen können, da mir die Ausführung der erforderlichen zahlreichen Messungen nicht möglich ist.

Wiederholt man den gleichen Versuch für irgendeine dunkelklare Reihe, so ergibt sich folgendes. Analytisch gleich abständige Stufen geben eine Reihe, deren Glieder am vollfarbigen Ende viel zu eng, am schwarzen viel zu weit abstehen. Um psychologisch gleich abständige Stufen zu erhalten, muß man wieder eine absteigende geometrische Reihe, und zwar derart bilden, daß die Vollfarbe die Stelle des Weiß in der entsprechenden Schwarz-Weiß-Reihe einnimmt.

Bunte Vollfarben verhalten sich in der Mischung mit Schwarz ebenso wie Weiß und das Fechnersche Gesetz gilt für dunkelklare Reihen in solchem Sinne.

Auch hier habe ich mich auf die Feststellung der allgemeinen Verhältnisse beschränken müssen; die genauere Untersuchung bleibt anderen Forschern überlassen.

Die psychologische Ordnung der Farben. Die dritte Veränderliche der bezogenen Farben, der Farbton, zeigt keinen derartigen Unterschied zwischen den analytischen und den psychologischen Stufen. Denn die Einteilung des Farbkreises geschah vermöge des Prinzips der inneren Symmetrie bereits auf psychologischer Grundlage und die oben dargelegte Übereinstimmung der Unterschiedsempfindlichkeit im Spektrum mit den so erhaltenen Stufen bestätigt deren Richtigkeit. Hier bleibt also die vorhandene Teilung in 100 Farbtöne bestehen.

Um daher zu prüfen, welche Veränderung der Farbkörper erfahren muß, wenn man in ihm den psychologischen gleich abständigen Stufen räumlich gleich abständige Punkte zuordnet, genügt es, in einem farbtongleichen Dreieck die erforderlichen Änderungen festzustellen. Die derart abgeänderten Dreiecke werden dann wie früher zu einem Doppelkegel geordnet.

Die logarithmische Grauleiter. Wir beginnen mit der Umgestaltung der unbunten Reihe. In konsequenter Anwendung der dekadischen Ordnung haben wir zwischen 100 (Weiß) und 10 (beginnendes Schwarz) zehn Stufen einzuordnen, die den Antilogarithmen der Zahlen 90, 80, 70 usw. entsprechen; es sind die Werte 79, 63, 50, 40, 32, 25, 20, 16, 13, 10. Darauf folgen zwischen 10 und 1 wieder 10 Stufen, deren Breite $^1/_{10}$ der angegebenen sind, nämlich 7,9, 6,3, 5,0, 4,0 usw. Die dritte Gruppe geht von 1 bis 0,1 mit den Werten 0,79, 0,63, 0,50 usw.

Es wäre nötig, solche Gruppen unbegrenzt zu bilden, wenn nicht das Gesetz der Schwelle eine Grenze setzte. Allerdings ist es hier nicht ganz einfach anwendbar. Denn bei den bezogenen Farben, von denen hier die Rede ist, hängt die Schwelle sekundär noch von der Lichtstärke ab. Zwar wird deren Haupteinfluß durch die Adaption der Netzhaut ausgeschaltet; dies gilt aber auch nur bis zu einer untersten Grenze.

Praktisch hat sich ergeben, daß die gewöhnlichen Körperfarben nur selten bis zum Ende der zweiten Gruppe gelangen; es ist also kaum je nötig, die dritte in Anspruch zu nehmen.

Um diese psychologischen Stufen auf den

[1]) Leipzig 1918 bis 1919, Verlag Unesma.

ersten Blick von den analytischen zu unterscheiden, bezeichne ich sie mit Buchstaben statt Zahlen. Demgemäß bedeutet vorläufig *a* Weiß 100, *b* Grauweiß 70, *c* 63 usw. Zufolge der eben gemachten Bemerkung wird man kaum je in die Nähe von *z* gelangen. Eine aus praktischen Gründen etwas abgeänderte Zuordnung wird später dargelegt werden.

Auf der analytischen Graureihe ordnen sich die psychologischen Stufen wie die Teilstriche auf einem logarithmischen Rechenschieber. Daher können wir die Teilung auch die logarithmische nennen. Bestände die Schwelle nicht, so müßten unendlich viele solche logarithmische Teilungen, deren Endpunkte sich wie 1 : 10 verhalten, aufeinander folgen. Praktisch sind nur zwei erforderlich, wie bei der oberen Teilung der gewöhnlichen Rechenschieber.

Das logarithmische Dreieck. Im farbtongleichen Dreieck (I, 328) wird eine Seite von der unbunten Reihe gebildet. Zum Zweck der psychologischen Ordnung muß diese Seite mit einer logarithmischen Teilung versehen werden. Die Frage ist, wie die beiden anderen Seiten geteilt werden müssen.

Die Antwort ergibt sich aus den beiden oben ausgesprochenen Gesetzen über die Beziehungen zwischen Vollfarbe, Weiß und Schwarz. Auch die beiden anderen Seiten erfordern logarithmische Teilung. Und zwar wird die Dreieckseite Vollfarbe-Weiß vom Weißpunkt aus, die Seite Vollfarbe-Schwarz vom Vollfarbenpunkt aus zu teilen sein.

Bei dieser dritten Seite ist allerdings zu bemerken, daß sie theoretisch im Unendlichen liegt, gemäß der Tatsache, daß absolut dunkelklare Farben nicht herstellbar sind. Das bezügliche Gesetz ist deshalb auch nicht an solchen, sondern an einer weißgleichen Reihe mit sehr wenig Weiß (04) geprüft worden. Wir haben oben gesehen, daß wir praktisch über die Weißgleichen 01 nicht hinauszugehen brauchen und werden daher diese an Stelle der absoluten Dunkelklaren benutzen.

Betrachten wir ein Dreieck[1]) mit solchen Teilungen, Fig. 7, so erkennen wir, daß die Verbindung entsprechender Punkte wie im analytischen Dreieck Parallelen zu den Seiten *vw* und *vs* ergibt. Die Weißgleichen und die Schwarzgleichen behalten somit ihre Bedeutung auch im psychologischen Dreieck bei. Dagegen ergeben die entsprechenden Punkte der Seiten *vw* und *vs* keine Parallelen zu *ws*.

1) Die Zeichnung ist der Einfachheit wegen auf jeden zweiten Teilpunkt und acht solcher Stufen beschränkt worden.

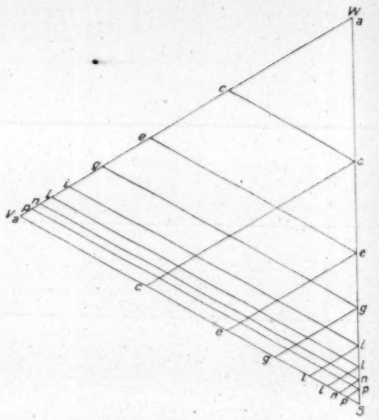


Fig. 7.

Daraus ist zu schließen, daß die Reingleichen keine psychologische Bedeutung haben.

Die Schattenreihen. Zieht man die Diagonalen der Rauten, wie sie durch die Scharen der logarithmischen Weiß- und Schwarzgleichen gebildet werden, von oben nach unten, so bilden diese ungeknickte Gerade, die alle in der Schwarzecke *s* zusammenlaufen. Zeichnet man ein „psychologisches" Dreieck, in welchem die logarithmischen Abstände gleich gemacht sind, so werden die Rauten gleich und die Diagonalen richten sich parallel zu *ws*, entsprechend dem Umstande, daß nun ihr Durchschnittspunkt *s* nach unten ins Unendliche gerückt ist. Der Parallelismus zu *ws* zeigt, daß diesen Diagonalen eine besondere Bedeutung zukommt, indem sie innerhalb des bunten Feldes der Graureihe analog sind. Sie stellen das psychologische Äquivalent der Reingleichen dar. Ihre analytische Definition ergibt sich daraus, daß sie im analytischen Dreieck nach der *S*-Ecke zusammenlaufen. Das bedeutet, daß in den zugehörigen Farben das Verhältnis Vollfarbe : Weiß konstant ist, während der schwarze Anteil von 0 bis 1 wechseln kann.

Wir sind mit derartigen Reihen durch tägliche Erfahrung wohlbekannt. Sie bilden sich, wenn man irgendeine Farbe beschattet, d. h. ihren Schwarzanteil vermehrt, während die beiden anderen Bestandteile in gleichem Verhältnis vermindert werden. Jeder gleichfarbige Körper, dessen verschiedene Seiten ungleich stark beleuchtet sind, zeigt solche Reihen. Wir nennen sie deshalb Schatten-

reihen. Sie spielen in der Farbenpsychologie und der Farbkunst eine äußerst wichtige Rolle. Für jene stellen sie, wie bereits erwähnt, die psychologischen Reingleichen dar. In dieser bilden sie die Ton-in-Ton-Abstufungen, die bisher fast immer falsch definiert und ausgeführt worden sind.

Der psychologische Farbkörper. Wollen wir im farbtongleichen Dreieck die Farben so ordnen, daß überall gleichen räumlichen Abständen psychologisch gleiche Stufen zugeordnet sind, so brauchen wir, wie erwähnt, nur die logarithmische Teilung der Fig. 7 durch eine gleichabständige zu ersetzen, Fig. 8,

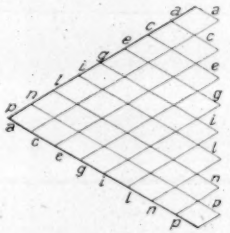


Fig. 8.

und die Farben Raute für Raute zu übertragen. In einem solchen Dreeick liegt die Seite *vs* theoretisch im Unendlichen, es ist also nach unten offen und wird nur durch eine praktische Festlegung abgeschlossen.

Führt man ein solches Dreieck in Farben aus, so gewinnt man einen ungemein starken und schönen Eindruck. Jedes Feld steht zu jedem anderen in streng gesetzmäßiger Beziehung. Noch eindringlicher und schöner wird der Anblick, wenn man zwei solche Dreiecke in Gegenfarben, entsprechend einem Hauptschnitt durch den ganzen Farbkörper, zu einer Raute vereinigt, Fig. 9. Solche Hauptschnitte zeigen zum ersten Male die wirklichen gesetzmäßigen Zusammenhänge der Farben. Obwohl in ihnen die kräftigsten Gegenfarben vertreten

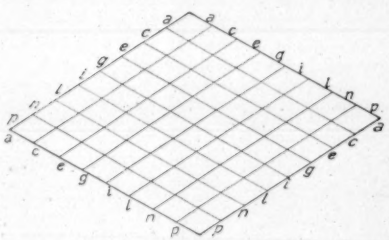


Fig. 9.

sind, die somit den denkbar stärksten Kontrast bilden, wirken sie mit vollendeter Ruhe und Harmonie. Sie bilden einen Schlüssel zur Bestimmung aller farbigen Harmonien, deren Grundgesetze weiter unten kurz dargestellt werden sollen.

Stellt man alle 50 Hauptschnitte, die sämtliche Stufen des Farbkreises enthalten, so ineinander, daß sie eine gemeinsame unbunte Mittelachse haben, so gewinnt man den psychologischen Farbkörper, der für alle psychologischen Zwecke, mit Einschluß der künstlerischen, an die Stelle des analytischen zu treten hat[1]). Er hat die Gestalt eines Doppelkegels, ist aber theoretisch gesprochen nach unten unbegrenzt.

1) Zwölf solche Hauptschnitte, entsprechend den vierundzwanzig wichtigsten Punkten des Farbtonkreises, je vierundsechzig Farben enthaltend, sind hergestellt und unter der Bezeichnung: Der Farbkörper, vom Verlag Unesma, Leipzig, in den Verkehr gebracht worden.

(Schluß folgt.)

BESPRECHUNGEN.

L. Holborn, K. Scheel, F. Henning, Wärmetabellen. Ergebnisse aus den thermischen Untersuchungen der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt. 72 S. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn. 1919. Kart. M. 7.—.

Es ist eine verdienstvolle Arbeit in dieser Zusammenstellung der Ergebnisse der zahlreichen über viele Jahre sich erstreckenden thermischen Untersuchungen der Reichsanstalt geleistet. Die Resultate — es handelt sich im wesentlichen um Neubestimmungen der von Regnault gemessenen thermischen Konstanten, der Hauptaufgabe, die Helmholtz der Reichsanstalt bei ihrer Gründung auf dem Gebiete der Wärmephysik stellte — sind hier (u. a. auch auf den neuen Wert des Wärmeäquivalentes $1\,\mathrm{cal}_{15} = 4{,}1842$ Wattsekunden) bezogen im Gegensatz zu den Originalarbeiten, denen nicht durchweg die gleiche Temperaturskala zugrunde gelegt werden konnte, da diese selbst mit der Zeit erst eine genauere Fixierung erfahren hat, auf einheitliche Grundlagen. Den Tabellen gehen in den 5 Kapiteln: Thermometrie, Zu-

standsgröße, Spezifische Wärme, Wasserdampf, Wärmeleitung, kurze Erläuterungen der Tabellen mit den Literaturnachweisen voraus. S. Valentiner.

G. Jäger, Die Fortschritte der kinetischen Gastheorie. 2. Aufl. (Die Wissenschaft. Bd. 12.) IX u. 158 S. Mit 11 Abb. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn. 1919. Geh. M. 7.—, geb. M. 9.—.

Die neue Auflage dieses einfach und klar geschriebenen Bändchens ist gegenüber der ersten vom Jahre 1906 (vgl. diese Zeitschr. 7, 430, 1906) nur wenig verändert. Einige neue Abschnitte über Gase hoher Verdünnung und über Lösungen und Emulsionen sind eingefügt. Was die Behandlung der verdünnten Lösungen betrifft, so hat sich der Verf. eng angeschlossen an seine in den Ann. d. Phys. veröffentlichten Arbeiten (1913 und 1918). Es handelt sich dabei um die Ableitung der Gesetze des osmotischen Druckes, wobei von dem Begriff der „Förderung der Bewegungsgröße" Gebrauch gemacht wird. Das ist der Anteil des Druckes in komprimierten Gasen, der zu dem Druck in idealen Gasen hinzukommt, weil bei der Übertragung der Bewegungsgröße während des Zusammenstoßes auf Grund der Annahme vollkommen elastischer Kugeln immer Wegstrecken gleich dem Durchmesser σ einer Molekel übersprungen werden, die Bewegungsgröße also schneller von einem Punkt zum andern übertragen werden kann. (Diese Förderung der Bewegungsgröße spielt dann, wenn die freie Weglänge beträchtlich ist gegenüber σ, also bei idealen Gasen, natürlich keine Rolle.) Ferner handelt es sich um die Besprechung der Dampfspannung in verdünnten Lösungen und daran anschließend die Formel der Siedepunktserhöhung und der Gefrierpunktserniedrigung. In den beiden Abschnitten „Emulsionen" und „Brownsche Bewegung" bringt der Verf. die Berechnung der Loschmidtschen Zahl.

Die Behandlung der hochverdünnten Gase in den drei Abschnitten: „Der Temperaturursprung bei der Wärmeleitung", „Gase bei hoher Verdünnung", „Thermische Molekularströmung" ist, allerdings wohl dem ganzen Umfang des kleinen Bändchens entsprechend, etwas kurz ausgefallen. S. Valentiner.

G. Berndt, Kompendium der Experimentalphysik. 2., verbess. u. vermehrte Auflage. (Kollegienhefte Bd. II.) 8°. XII u. 211 S. Mit 59 Figuren. Leipzig, S. Hirzel. 1920. Geb. M. 22.50 und mit Schreibpapier durchschossen M. 28.—.

Für den Hörer der Experimentalphysik bestimmt, will das sehr empfehlenswerte Werk das Nachschreiben der Vorlesung ersparen und ein intensiveres Zuhören ermöglichen. Wenn es auch nicht für eine Spezialvorlesung bestimmt ist, so wird das Berndtsche Kompendium nicht nur dem Mediziner oder Chemiker von Nutzen sein, sondern auch dem angehenden Physiker eine wertvolle Hilfe darbieten und ihn zu einem Nacharbeiten der Vorlesung befähigen, um so mehr, als fast auf jeder Seite sich die nötigen Literaturnachweise vorfinden. Auch zur letzten Repetition vor einem Examen dürfte sich das Buch, das den neuesten Anschauungen folgt und alle Gebiete der modernen Experimentalphysik berührt, empfehlen. Die Grundgesetze der Physik werden auch in elementarer-mathematischer Sprache dargestellt, die Ableitungen derselben nur angedeutet. Behrendsen.

Tagesereignisse.

Ausstellung für chemisches Apparatewesen (Achema). Anläßlich der in der Pfingstwoche zu Stuttgart stattfindenden Hauptversammlung des Vereins Deutscher Chemiker veranstaltet die Fachgruppe für chemisches Apparatewesen eine Ausstellung für chemisches Apparatewesen (Achema). Die erste Achema fand im September 1920 anläßlich der Hauptversammlung des Vereins Deutscher Chemiker in Hannover statt. Durch die rege Beteiligung und noch mehr durch den großen geschäftlichen Erfolg der Aussteller, sowie durch die Anregung auf die gesamte Fachwelt wurde man veranlaßt, jährlich zur Hauptversammlung des V. D. Ch. eine Achema zu veranstalten. Anfragen und Anmeldungen sind zu richten an den Vorsitzenden der Fachgruppe für chemisches Apparatewesen des Vereins Deutscher Chemiker Herrn Dr. Max Buchner, Hannover-Kleefeld, Schellingstr. 1.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität München für Chemie Professor Dr. Karl Freudenberg (bisher in Kiel).

Ernannt: Der tit. ord. Professor der Physik an der Universität Wien Dr. Felix Ehrenhaft zum ord. Professor der Physik und zum Vorstande des III. physikalischen Instituts der Universität Wien, der Professor der Chemie an der Universität St. Andrews J. C. Irvine zum Rektor dieser Universität, der Forschungschemiker des Forest Products Laboratory in Madison Dr. Samuel A. Mahood zum ord. Professor für organische Chemie an der Universität New Orleans, der Privatdozent an der Universität München Dr. Walter Kossel zum ord. Professor der Physik an der Universität Kiel, die a.o. Professoren an der Universität Greifswald Dr. Adolf Siewerts (physikalische Chemie), Dr. Theodor Posner (Chemie) und Dr. Peter Dankwortt (pharmazeutische Chemie), die a.o. Professoren für Chemie an der Universität Königsberg Dr. Fritz Eisenlohr und Dr. Adolf Sonn zu ord. Professoren an derselben Hochschule, der ord. Professor an der Universität Wien Dr. Jean Fischer zum ord. Professor für organische Chemie an der Technischen Hochschule München.

Neuer Lehrauftrag: Der Assistent am Physikalischen Institut der Universität Leipzig Dr. Franz Rother für photographische Optik und photographische Chemie an der Akademie für Buchgewerbe und graphische Künste in Leipzig.

Vom Lehramt zurück: Der ord. Professor der anorganischen Chemie an der Technischen Hochschule Hannover Geh. Regierungsrat Dr. Karl Seubert.

Gestorben: Der ord. Honorarprofessor der Elektrotechnik an der Technischen Hochschule Aachen Geheimer Regierungsrat Dr. Otto Grotrian, der frühere Dozent für Chemie und Mineralogie an der Forstlichen Hochschule Aschaffenburg Professor Dr. Max Conrad, der emer. Professor der Chemie am Amherst College Elijah Paddock Harris, der frühere ord. Professor der Astronomie an der Universität Berlin Geh. Regierungsrat Dr. Wilhelm Foerster.

Für die Schriftleitung verantwortlich Dr. Georg Hirzel in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Max Kohl A.G. Chemnitz

Volleingezahltes Kapital Mk. 1600000.

50471. Experimentier-Schalttafel Type A_1, 110 Volt, 30 Amp.

Physikalische Apparate

Funken-Induktoren
Ölluftpumpen
Experimentier-Schalttafeln
Projektions-Apparate
Laboratorienmöbel

in gediegener Ausführung.

Weltausstellung Brüssel 1910: 4 Grosse Preise; Turin 1911: 2 Grosse Preise; Dresden 1911: Grosser Preis.

Optische Anstalt

C. P. Goerz A.-G.

Abt. Scheinwerferbau

Leutzsch bei Leipzig

Projektionsapparate

*

Ablesefernrohre
mit
Autokollimation

Goerz-Bogenlampen

mit **erhöhter** Helligkeit für Projektion, Kinematographie, Mikroskopie, Reproduktions- und Aufnahme-Ateliers, Therapie usw.

Inhaltsverzeichnis:

(Z. B. = Zusammenfassende Bearbeitungen; B. = Besprechungen.)

Seite

v. Angerer, E., Lichtelektrische Photometrie des Nachleuchtens von aktivem Stickstoff 97
Atombau: Periodisches System, — und Radioaktivität, v. F. Urbach 114
v. Dallwitz-Wegner, R., Über ein mechanisches Modell zur Darstellung gasmechanischer Zustandsänderungen und der Entropie 103
Eliçabe, A., Ein Quecksilber-Destillierapparat. (Mitgeteilt von R. Gans.) 120
Entropie: Über ein mechanisches Modell zur Darstellung gasmechanischer Zustandsänderungen und der —, v. R. v. Dallwitz-Wegner 103
Farbenlehre: Neue Fortschritte der —. II., v. Wi. Ostwald. (Z. B.) Schluß 125
Funkenstrecken: Über Umkehrungen der Gleichstromkomponente bei geblasenen —, v. M. Wolfke . . 123
R. Gans: Ein Quecksilber-Destillierapparat, v. A. Eliçabe. (Mitgeteilt von —) 120
Gasmechanische Zustandsänderungen: Über ein mechanisches Modell zur Darstellung — und der Entropie, v. R. v. Dallwitz-Wegner 103
Gleichstromkomponente: Über Umkehrungen der — bei geblasenen Funkenstrecken, v. M. Wolfke . . . 123
Guillaume, E. u. Ch. Willigens, Über die Grundlagen der Relativitätstheorie 109
Günther-Schulze, Bemerkung zu dem Artikel von M. J. Huizinga: „Die Gleichrichterwirkung von Kristalldetektoren“ 125
M. J. Huizinga: Bemerkung zu dem Artikel von —: „Die Gleichrichterwirkung von Kristalldetektoren“, v. Günther-Schulze 125
Ludewig, P., Über die Ergebnisse von laufenden Messungen radioaktiver Quellen in Brambach 121
Nachleuchten: Lichtelektrische Photometrie des — von aktivem Stickstoff, v. E. v. Angerer 97
— Die Demonstration des — von aktivem Stickstoff mit Hilfe des elektrodenlosen Ringstromes, v. J. Zenneck 102
Ostwald, Wi., Neue Fortschritte der Farbenlehre. II. (Z. B.) Schluß 125
Periodisches System, Atombau und Radioaktivität, v. F. Urbach 114

Seite

Photometrie: Lichtelektrische — des Nachleuchtens von aktivem Stickstoff, v. E. v. Angerer 97
Quecksilber-Destillierapparat: Ein —, v. A. Eliçabe. (Mitgeteilt von R. Gans.) 120
Quellen: Über die Ergebnisse von laufenden Messungen radioaktiver — in Brambach, v. P. Ludewig . . 121
Radioaktivität: Periodisches System, Atombau und —, v. F. Urbach 114
Relativitätstheorie: Über die Grundlagen der —, v. E. Guillaume u. Ch. Willigens 109
Ringstrom: Die Demonstration des Nachleuchtens von aktivem Stickstoff mit Hilfe des elektrodenlosen —, v. J. Zenneck 102
Schießstoffe: Die — und Sprengstoffe, v. A. Stettbacher. (B.) 125
Spektrum: Ein neues Thermoelement für Strahlungsmessungen im —, v. W. Voege 119
Sprengstoffe: Die Schieß- und —, v. A. Stettbacher. (B.) 125
Stettbacher, A., Die Schieß- und Sprengstoffe. (B.) 125
Stickstoff: Lichtelektrische Photometrie des Nachleuchtens von aktivem —, v. E. v. Angerer . . 97
— Die Demonstration des Nachleuchtens von aktivem — mit Hilfe des elektrodenlosen Ringstromes, v. J. Zenneck 102
Strahlungsmessungen: Ein neues Thermoelement für — im Spektrum, v. W. Voege 119
Thermoelement: Ein neues — für Strahlungsmessungen im Spektrum, v. W. Voege 119
Umkehrungen: Über — der Gleichstromkomponente bei geblasenen Funkenstrecken, v. M. Wolfke . . . 123
Urbach, F., Periodisches System, Atombau und Radioaktivität 114
Voege, W., Ein neues Thermoelement für Strahlungsmessungen im Spektrum 119
Willigens, Chr. u. E. Guillaume, Über die Grundlagen der Relativitätstheorie 109
Wolfke, M., Über Umkehrungen der Gleichstromkomponente bei geblasenen Funkenstrecken . . . 123
Zenneck, J., Die Demonstration des Nachleuchtens von aktivem Stickstoff mit Hilfe des elektrodenlosen Ringstromes 102

Kugelepiskop. D.R.P. 250314.

Franz Schmidt & Haensch

Berlin S. 42, Prinzessinnenstraße 16

Werkstätten für Präzisions-Mechanik und Optik.

Neue optische Spezialinstrumente eigener Konstruktion, Polarisations-, Spektral-, Projektionsapparate, Episkope u. a.

Preislisten kostenlos.